CWI Bakker Quarterly

CWI

Centrum voor Wiskunde en Informatica

CWI Bakker Quarterly, Number 1
Amsterdam, September 1994

INHOUDSOPGAVE

CWI Bakker Quarterly uitgave, ter gelegenheid van het 25-jarig jubileum van
M. Bakker bij de Stichting Mathematisch Centrum, Amsterdam, september 1994.

samengesteld door: S.E. Stitzinger
ontwerp omslag: R.T. Baanders
druk: CWI, Amsterdam

Het jaar 1969 was een bijzonder jaar: het was het jaar van de Maagdenhuis bezetting, van de maanlanding, van Woodstock. Het was het hoogtepunt van het tijdperk van "love and peace", maar ook een tijd waarin aangeschopt werd tegen bestaande structuren en autoriteiten en waarin grote wetenschappelijke en technologische doorbraken plaatsvonden, vooral door de ontwikkeling van de computer. In dat jaar trad Miente Bakker in dienst van het Mathematisch Centrum.
In veel opzichten ziet onze wereld er nu, 25 jaar later, heel anders uit. Geen "love and peace", non-conformisme en idealisme, maar "no nonsense" en realisme. Snelle veranderingen vragen veel van ons aanpassingsvermogen en zekerheden vallen weg. Zo is het geen vanzelfsprekendheid meer dat een medewerker zijn hele carrière bij dezelfde werkgever doorbrengt en als dat wel gebeurt, dan wordt er vaak een grote flexibiliteit van hem verlangd.
Miente kan daarover meepraten: hij is begonnen als programmeur, maar is nu al weer enkele jaren beleidsmedewerker van het Bureau SMC. Daarmee heeft hij aangetoond zich te kunnen aanpassen aan veranderingen binnen het instituut. Maar bij Miente heeft de aanpassing zijn grenzen, want hij is zeker geen "no-nonsense" man geworden. Miente roept bij mij nog steeds die sfeer van het jaar 1969 op en ik hoop dat dat zo blijft.
Zoals gezegd, "lifetime employment" is geen vanzelfsprekendheid meer. Een 25-jarig ambtsjubileum is daarom een bijzondere gebeurtenis die gevierd moet worden en een felicitatie waard is. Daarom: Miente, proficiat, en succes toegewenst voor de jaren die nog voor je liggen.

Gerard van Oortmerssen

Snijden maar!

Wim Aspers

16 september 1994

1 Kennismaking

Op 25 april 1985 kruisten onze paden elkaar voor het eerst. Op die dag installeerde je als secretaris van de Ondernemingsraad (voorzitter Jaap Akkerhuis, secretaris Miente Bakker) een nieuwe raad (voorzitter Piet Beertema, secretaris Wim Aspers). Daarbij zijn me twee dingen opgevallen:

- de wel zeer korte installatierede;
- een karakteristieke houding.

Toen op 25 april 1985 de 'oude' en de 'nieuwe' Ondernemingsraad in M376 bijeen waren gekomen, vroeg Miente het woord. Bij afwezigheid van de voorzitter zou hij de nieuwe OR installeren. De rede begon en eindigde als volgt:

> "*Hiermede is de nieuwe Ondernemingsraad geïnstalleerd.*"

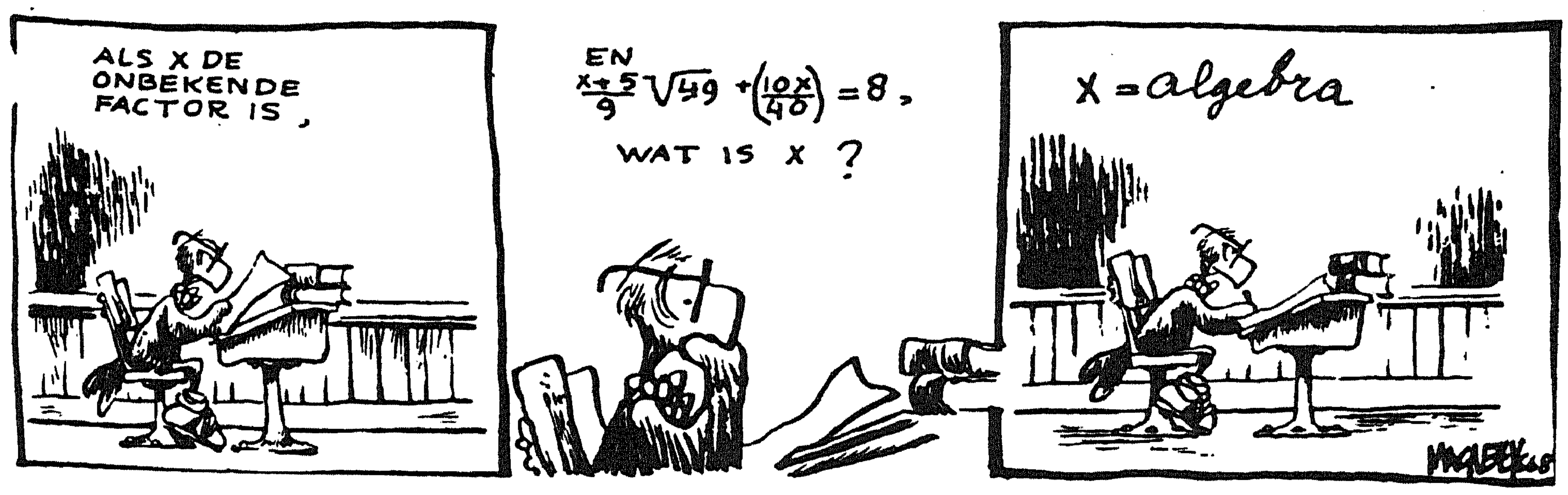
Dat was alles. Een schoolvoorbeeld van een wel zeer bondige rede. De houding die Miente luttele seconden aannam alvorens tot zijn uitspraak te komen, baarde me echter zorgen. Met beide ellebogen op tafel greep hij met zijn rechterhand zijn rechterslaap en met zijn linkerhand zijn linkerslaap. Zijn ingeklemde hoofd boog licht voorover. Na enig binnensmonds gemompel kwam dan het hoge woord eruit. Het was duidelijk: Miente concentreerde zich op een korte installatierede. De kortste uit de geschiedenis van de SMC.

2 Hernieuwde kennismaking

Onze paden kruisten elkaar voor de tweede maal op 17 januari 1992. Na de reorganisatie werd Miente toegevoegd aan het Bureau SMC. Bij deze gelegenheid droeg ik het secretariaat van de Instituutsraad over aan Miente. Ik zou nog één vergadering bijwonen om Miente bij de verslaglegging te assisteren. Daar ik nu zelf niet hoefde te schrijven, kon ik Miente observeren. Om de vergadering kort en bondig te notuleren, moest hij zich vaak concentreren. En, ja hoor, alweer die karakteristieke houding die mensen aannemen als ze een barstende hoofdpijn hebben. Nu begon ik echter te twijfelen: misschien was zijn vermogen tot bondigheid wel een talent van hem en had hij werkelijk hoofdpijn!
Miente nam zijn intrek in M370; een te kleine kamer die hij deelde met mij. Nog vele malen kon ik getuige zijn van zijn talent tot het kernachtig samenvatten van allerhande zaken, met name het inkorten van het *Instituutsplan*, het *Jaarverslag* en natuurlijk de IR-verslagen. De gedachte dat hij zo vaak last moest hebben van hoofdpijn werd voor mij ondraaglijk. Ik besloot de kwestie naar voren te brengen op het *Overleg Bureau SMC*.

3 De test

Een voltallig Bureau SMC besprak in bijzijn van Miente mijn angstige gevoelens aangaande Mientes hoofdpijn. Na hem uitvoerig aan de tand te hebben gevoeld, bekende Miente heel eerlijk dat zijn overstap van wiskunde naar informatica niet zo goed was bevallen en vervolgens de grote stap van informatica naar beleidswerk ook zwaar op de maag lag. De weg van de Numerieke Wiskunde via GKS naar Beleid had vol voetangels en klemmen gezeten. De vraag was dan ook of Mientes wiskundeknobbel



Figuur 1: De test met het antwoord

niet was ontstoken. Het Bureau besloot Miente aan een test te onderwerpen. Bij een positief resultaat zouden we de natuur haar gang laten gaan, bij een negatieve score zou besloten worden tot een wiskundeknobbelsnijding. De test met de uitslag is weergegeven in figuur 1.

4 De wiskundeknobbelsnijding

Helaas moest het Bureau SMC constateren dat Miente niet door de test was gekomen. De voorbereidingen voor de snijding werden snel getroffen om Miente uit zijn lijden te verlossen. De snijding zou worden uitgevoerd door, hoe kan het ook anders, Frans Snijders. Als coördinator Bureau was hij als geen ander op de hoogte van Mientes geestelijke en lichamelijke gezondheid. Als assistenten fungeerden Nico Temme (Hoofd subafdeling Beleid) en schrijver dezes (kamergenoot en lid subafdeling Beleid). Voor details wordt verwezen naar figuur 2. De trechter op het hoofd van Frans herinnert ons aan de kegelsneden. Op aanwijzingen van Nico wordt de juiste snede op Mientes hoofd toegepast na met asymptotische methoden te hebben vastgesteld welke vorm de knobbel heeft. Nico is herkenbaar aan de gebundelde Quarterly uitgaven op zijn hoofd. Wim beperkt zich tot het overvloedig verstrekken van sterke drank. Rest mij te melden dat de snijding uitstekend is geslaagd. Met vertrouwen zien we de jubileumviering tegemoet.

Figuur 2: De wiskundeknobbelsnijding

5 Bridge en snijden

Sinds kort heeft Miente zich toegelegd op bridge. In vertrouwen heeft hij mij wel eens gezegd dat het bieden geen probleem is, maar het afspelen des te meer. Vandaar zeven tips die nuttig zijn voor een beginner bij het maken van slagen. Snijden maar!

Tip 1

	♠ AV ♡ ♢ ♣	
♠ ?? ♡ ♢ ♣	N W O Z	♠ ?? ♡ ♢ ♣
	♠ 32 ♡ ♢ ♣	

Zuid kan in schoppen altijd één slag maken: ♠A. Als zuid slim speelt, kan hij ook een slag met de vrouw maken als west de heer heeft. Daartoe start zuid met een kleintje en speelt de vrouw als west klein legt. Als west de heer heeft, wordt met de vrouw op die manier altijd een (extra) slag gemaakt.

Je kunt met de vrouw een *extra* slag maken, als de heer *voor de vork* AV zit. Om te snijden, moet je *naar de vork toe spelen.*

Tip 2

	♠ AVB ♡ ♢ ♣	
♠ ?? ♡ ♢ ♣	N W O Z	♠ ?? ♡ ♢ ♣
	♠ 654 ♡ ♢ ♣	

Leider zuid heeft één vaste slag en kan altijd één extra slag ontwikkelen. Dat kunnen twee extra slagen worden, als de heer *voor de vork* AVB zit. Door tweemaal vanuit zuid *naar de vork toe te spelen* is het mogelijk de heer te vangen. Daartoe start zuid in slag 1 met een kleintje en speelt in noord de boer als west klein legt. Nu in een andere kleur oversteken en in slag 3 weer op dezelfde manier naar de vork AV toe spelen.
Je kunt de heer vangen als deze voor AVB zit en je *tweemaal naar de vork toe speelt.*

Tip 3

	Noord	
	♠ ♡ H2 ♢ ♣	
♠ ♡ ?? ♢ ♣	N W O Z	♠ ♡ ?? ♢ ♣
	♠ ♡ 43 ♢ ♣	

Als je een slag met de heer wilt maken, kan dat als het aas voor de heer zit. Leider zuid begint en als west klein speelt, leg je in noord de heer. Als bij west het aas verschijnt, speel je in noord natuurlijk ♡2. Later kun je dan een slag met de heer maken.
Je kunt een 'losse' heer maken als het aas voor de heer zit. Je moet naar het 'losse' plaatje toespelen.

Tip 4

	♠ ♡ ♢ A742 ♣	
♠ ♡ ♢ ?? ♣	N W O Z	♠ ♡ ♢ ?? ♣
	♠ ♡ ♢ VB109 ♣	

Je mist alleen de heer. Die kun je vangen als hij voor het aas zit. Leider zuid begint met de vrouw en als west de heer niet speelt, leg je in noord klein. Dit kun je met de boer en de 10 herhalen. Je maakt op die manier 4 slagen als west de heer heeft. Heeft oost de heer, dan maak je altijd 3 slagen.
Als het ontbrekende plaatje 'goed' zit, herhaal je de snit totdat je al je slagen hebt gemaakt.

Tip 5

	♠ ♡ ◇ ♣ A64	
♠ ♡ ◇ ♣ ??	N W O Z	♠ ♡ ◇ ♣ ??
	♠ ♡ ◇ ♣ HB5	

Je mist de vrouw. Je kunt een extra slag met de boer maken, als de vrouw voor de vork HB zit. Daartoe begin je uit noord naar de vork toe te spelen.

Tip 6

	♠ A43 ♡ ♢ ♣	
♠ ?? ♡ ♢ ♣	N W O Z	♠ ?? ♡ ♢ ♣
	♠ V65 ♡ ♢ ♣	

Je moet met deze combinatie niet proberen bij west de heer te vangen door in zuid met de vrouw te beginnen. West legt dan de heer die je met het aas kunt pakken. Je hebt daar niets aan omdat je dan nog steeds maar één slag maakt. De vrouw is een 'los' plaatje. Je moet vanuit noord naar het losse plaatje toe spelen. Als de heer voor de vrouw zit, maak je een extra slag met de vrouw.
Naar het 'losse' plaatje toe spelen.

Tip 7

	♠ ♡ AB32 ♢ ♣	
♠ ♡ ?? ♢ ♣	N W O Z	♠ ♡ ?? ♢ ♣
	♠ ♡ 1098 ♢ ♣	

Je mist twee plaatjes. Je kunt er één vangen, als er één of twee voor het aas zitten. Daartoe moet je steeds vanuit zuid beginnen. Als oost de eerste slag (beginnen met de 10) neemt, kun je later het overige plaatje bij west 'er uit snijden'.
Bij twee ontbrekende plaatjes maak je door tweemaal te snijden altijd één extra slag als één van beide plaatjes 'goed' zit.

We vatten tip 1 t/m 7 samen. 'Als je één plaatje mist:

- kijk waar dat plaatje moet zitten om het te kunnen vangen;
- speel naar de vork toe;
- herhaal zonodig de snit.

Als je een 'los' plaatje hebt:

- kijk waar het plaatje van de tegenpartij moet zitten om jouw plaatje *niet* te kunnen vangen;
- speel naar het losse plaatje toe.

De reis van Sint Brandaan

Een reisverhaal uit de twaalfde eeuw

Ic mete dese zee

Do versach sente Brandaen
Eenen cleenen man saen.
...
In die luchter hant zijn
So voerde hi een napkijn,
In dandre een greffeel bloot
Dat ne was no bore groot.
...
Hi sprac: 'Ic mete dese zee,
Hets mi vorscepen emmerzee,
Ofte icse vul meten mach
Tote voer den domsdach.'
Doe sprac Brandaen, die heere:
'Du en vulmeetse nemmermeere!"

Van Sente Brandane, 2069 ev

Het jaarverslag 1969 van de Stichting Mathematisch Centrum vermeldt dat bij de afdeling Toegepaste Wiskunde drie assistenten werden aangesteld: W.P. de Roever, M. Bakker en D. Fokkema. Twee van de drie verlieten de afdeling al weer snel, maar Miente Bakker bleef. Op 31 December 1969 was hij een van de 18 personeelsleden, verbonden aan de afdeling TW. Van die 18 zijn naast Miente nog slechts twee personen aan ons instituut werkzaam: P.J. van der Houwen en N.M. Temme.
In 1971 - het jaar waarin het MC 25 jaar bestond, zoals het jaarverslag op zijn omslag trots aangaf - lezen we: 'De wetenschappelijk assistent M. Bakker legde het doctoraalexamen wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam cum laude af en werd met ingang van 1 december aangesteld als wetenschappelijk medewerker.' Op 7 oktober daarvóór had Miente een verhaal gehouden over 'Analytische aspecten van een klasse van minimaxproblemen', waarover hij ook een rapport publiceerde (TN62). Verder vermeldt het wetenschappelijk verslag werk met Van der Houwen over Gestabiliseerde Runge-Kutta Methoden.
Sta mij toe nog éénmaal een jaarverslag te citeren, en wel dat van 1982, onder de afdeling Numerieke Wiskunde:
'M. Bakker, wetenschappelijk medewerker bij de dienst O&O, promoveerde op 3 november aan de Universiteit van Amsterdam op een proefschrift, getiteld: *Aspects of the finite element method.* Een gedeelte van het hierin beschreven onderzoek werd uitgevoerd in de jaren dat M. Bakker lid was van de afdeling NW (1973-1976). Promotor was prof.dr. P.J. van der Houwen. Als copromotor en als coreferent traden op, respectievelijk, dr. P.W. Hemker en prof.dr. M. van Veldhuizen (VU Amsterdam).'

Miente zal straks één van de weinigen zijn die zowel bij het 25-jarig bestaan als bij het halve-eeuwfeest het goede schip MC/CWI bemanden. (Mijn excuses aan U, lezeres, maar een schip 'bepersonen' wil me nog niet goed lukken ...). In 1969 scheepte hij zich in voor een ontdekkingsreis, die nu al zijn halve leven heeft geduurd, en waarvan het einde nog lang niet in zicht is. En wat heeft hij daarbij al niet meegemaakt, als assistent, medewerker, programmeur, jonge doctor; als standaard-drager voor IS(O) en als redacteur, als Bakker en als schrijver. Zelfs de metgezellen van Sinte Brandaan steken daarbij povertjes af.

Wie het allemaal zou willen boekstaven zou het vergaan als het mannetje dat Sinte Brandaan ontmoette: een mannetje dat zo ontsnapt zou kunnen zijn, op een hete zomerdag, uit het stichtingsbureau, want hij heeft zijn schrijfstift, zijn 'greffeel' nog in de hand. En daarmee tracht hij de zee te meten, door zijn greffeel in het water te steken en dan af te laten druppelen in zijn napje. Als goed numericus houdt hij zorgvuldig bij hoe vaak dat napje gevuld raakt (waarna hij het weer leegt in diezelfde zee ...).

Het komt wel eens voor, Miente, dat sceptici twijfelen aan het nut van al dat monnikenwerk door het bureau, het management, de griffelvoerders. Sinte Brandaan was zo'n scepticus. Dáárom juist moest hij jaren lang over zee zwalken, en met eigen ogen aanschouwen dat er zo heel veel meer gaande was dan hij met zijn nuchtere verstand voor mogelijk had gehouden.

> Toen zei de goede Sint Brandaan:
> 'Jong, daar komt nooit een einde aan!'
> Waarop het ventje op het blad
> het volgende rake antwoord had:
> 'Net zo min als 't meten klaar is
> als de dag des oordeels daar is,
> net zo min lukt het jou en de jouwen
> alle wonderen te aanschouwen
> die God schiep met eigen hand
> in het water en op het land
> en die jou nog verborgen zijn.

(vertaling Willem Wilmink, uitg. Prometheus/Bert Bakker 1994).
Hou vol, al lijkt de zee onmeetbaar. Alle goed werk wordt opgetekend in het grote boek (en in het jaarverslag!).
Nog vele goede jaren aan boord van het CWI wens ik je toe!

> *Doe vraeghde sente Brandaen*
> *Eenen sinen capelaen,*
> *Die gheheeten was Noë,*
> *Of hi te scrivene hadde mee*
> *Des wonders dat hi hadde ghesien.*
> *Noë sprac mettien:*
> *Vader, ic hebs langhe begheven.*
> *God danc, die bouc es vulscreven.'*

Van Sente Brandane, 2204 e.v.

Cor Baayen, 1994:08:04

Miente op het CWI 1969 - 1994

Het thuisfront

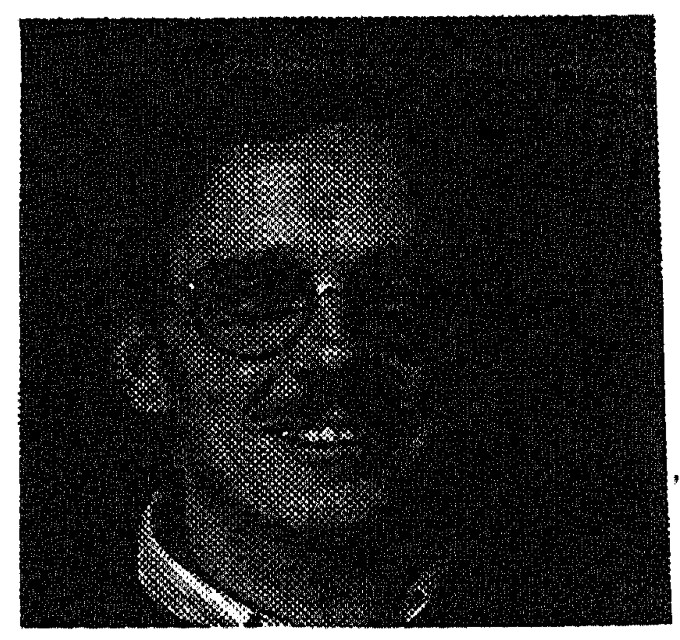
Het was aan het eind van de roerige zestiger jaren, de tijd van Koosje en de krenten en de demonstraties bij het Lieverdje en allerlei rellen waarbij Miente, toen student, zo niet actief betrokken dan toch zeer betrokken toeschouwer was.
In de zomer van 1969 solliciteerde hij, altijd krap bij kas, zoals een student nu eenmaal pleegt te zijn, op een baantje als kandidaat-assistent bij één van zijn professoren, Van Wijngaarden, in deeltijd werkzaam op het MC, nu CWI. Helaas, antwoord op zijn sollicitatie kreeg hij niet. Daags na aanvangsdatum van het baantje (anderen zouden eerder aan de bel hebben getrokken) werd het Miente te gortig. Hij trok de stoute schoenen aan en belde Van Wijngaarden, waarvan hij tot zijn stomme verbazing te horen kreeg dat hij de dag ervoor was begonnen 'en waar hij nou eigenlijk bleef!'
Zo is Miente dus begonnen en zo is het met Miente op het CWI eigenlijk altijd gebleven.

Wat Miente uitvoert op het MC (CWI) is ons nooit helemaal duidelijk geworden. Ja, hij heeft er zijn koffiezetten verbeterd en daar plukken wij nu nog de vruchten van, maar zijn eigenlijke werk is ons eigenlijk tot op de dag van vandaag een raadsel.
Als we hem vroegen wat hij elke dag ging doen, was zijn antwoord steevast: "papa gaat centjes verdienen". Dat stelde ons uitermate gerust en heeft ons een paar jaar zoet gehouden. Uiteindelijk werd het toch problematisch, want op de vraag wat je vader deed, bleek het vertrouwde antwoord op een gegeven moment niet meer te voldoen.
Gelukkig ging hij toen promoveren, konden we de boel eens van dichtbij bekijken en meteen even precies uitzoeken wat hij nou allemaal uitvoerde.
Wat hebben we ons daar rotverveeld! Allerlei mannen met (rare) pakken waren over ongelooflijke saaie dingen aan het praten en hadden het over oneindig en andere vage termen, terwijl oma ons maar steeds vermaande stil te zijn. Groot was dan ook onze opluchting toen de pedel met de stok op de grond stampte en het feest kon beginnen.
Ook de jaarlijkse bezoeken ter gelegenheid van 5 december leverden weinig op, we zagen wel wat computers en ordners en een redelijk chaotisch bureau, maar echt wijzer werden we er niet van.
Open dagen, wetenschapsmarkten, we hebben ze allemaal braaf bezocht. Plotters werden er gedemonstreerd, prachtige grafische figuren verschenen op beeldschermen, maar waartoe dat alles diende...
Later kwamen de congressen en computers thuis. Dat was nog eens leuk, mee naar Amerika en andere exotische plekken en bovendien thuis je scripties kunnen maken en tussendoor een potje patience spelen. Weer werden we echter niet veel wijzer over zijn bezigheden.
Ik denk dat we nu na 25 jaar min of meer hebben opgegeven en erin berusten dat we onwetend zullen blijven. Het enige houvast dat we nog hebben is zijn visitekaartje, Miente Bakker is namelijk *policy staff*. Daarmee hebben we een ijzersterkte troef in handen, dat moge duidelijk zijn!

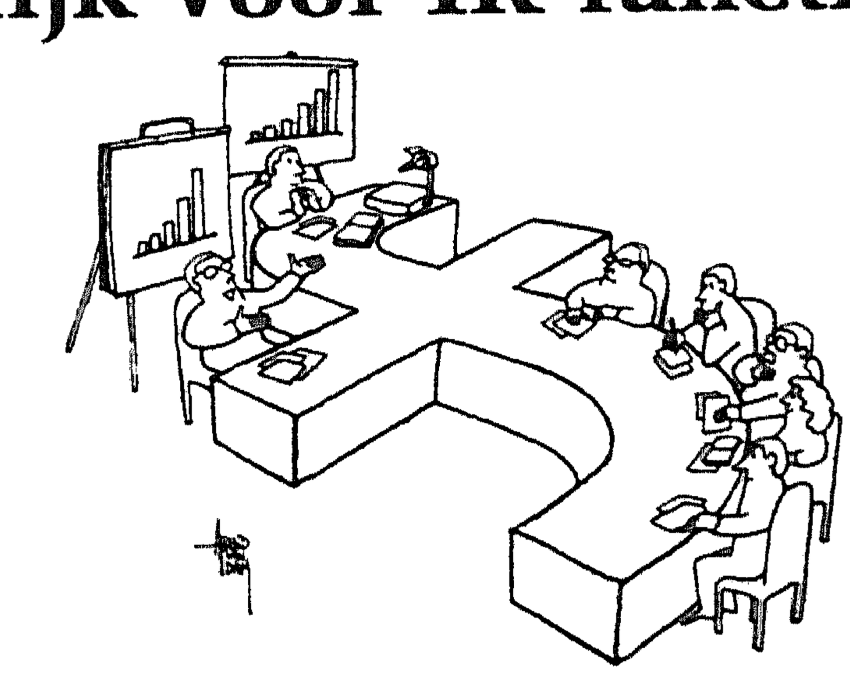
Miente in historisch perspectief

Wanneer iemand 25 jaar in dienst is van het bedrijf bestaat dikwijls de neiging het reilen en zeilen van toen te vergelijken met die van nu. Natuurlijk is het een makkelijke constatering dat het niet meer zo is zoals in die oude tijd. Gelukkig maar zou ik haast willen zeggen; immers nieuwe tijden bieden ook nieuwe mogelijkheden.
In 25 jaar heeft de SMC behoorlijke veranderingen doorgemaakt. Van een puur fundamenteel research instituut zijn we inmiddels uitgegroeid tot een dynamisch wetenschappelijk bedrijf.
Voor een noodzakelijke zoekactie en om die sfeer van 25 jaar geleden enigszins aan te kunnen voelen, heb ik een middag doorgebracht in het fotoarchief van de SMC-bibliotheek. Terwijl ik op zoek was naar materiaal voor één van mijn relaties bij de NOB, flitste de oude MC-tijd als een film voorbij. Foto's uit de jaren '60 en '70 waarop jeugdige hippies het glas heffen op een voor mij onbekend persoon, foto's van vorige MC-jubilea en van vooraanstaande wiskundigen zijn door mijn handen gegaan. Tussen al dit materiaal kwam ik ook een foto tegen van Miente met zijn toenmalige collega's. De foto goed bekijkend realiseerde ik mij dat Miente door zijn vele "zwerftochten" binnen de SMC veel mensen goed heeft leren kennen. Noem een willekeurige naam èn Miente komt met een bloemlezing. Zijn herinneringen en verhalen over al die collega's uit de afgelopen vijfentwintig jaar zijn onuitputtelijk en het lijkt er op alsof er een roman meegevuld kan worden. Dat al die verhalen en voorvallen zich in een tijdsbestek van 25 jaar hebben afgespeeld is dan ook haast ondenkbaar. Ondanks de soms ook moeilijke periodes heeft Miente zich altijd staande weten te houden. Zonder meer zal dit te wijten zijn aan zijn karakter en persoonlijkheid, want typerend aan hem is dat hij altijd zichzelf blijft, een hekel heeft aan kapsones en altijd recht-door-zee is. Dat zijn persoonlijkheid gekarakteriseerd wordt door een goed ontwikkeld gevoel voor humor, blijkt wel uit het feit dat hij maling heeft aan moderne bedrijfsculturen. Bezoekt u bijvoorbeeld op een 's zomerse dag het CWI dan is de kans groot dat u Miente aantreft in korte broek met bretels.
Discussiëren en relativeren behoren niet tot zijn sterkste eigenschappen, hetgeen soms leidt tot onverwacht komische uitspattingen. Wellicht minder bekend is zijn grote passie voor knutselen en experimenteren. Zo heeft hij zijn felgekleurde doe-het-zelf-fiets, waarmee hij mij dagelijks voorbij scheurt over het WCW-terrein, letterlijk tot aan de kleine boutjes en moertjes aan toe zelf in elkaar gezet (De gedachte alleen al !). Wie Miente echter beter leert kennen weet ook dat hij zijn taak als beleidsmedewerker bij het Bureau zeer serieus neemt. Als redacteur van onder meer het Instituutsplan en het Jaarverslag manifesteert hij zich als een gedegen stafmedewerker. Kortom Miente is een veelzijdig man, en niet alleen dat, wie als collega met hem te maken krijgt zal ook ontdekken dat het gewoon een gezellige en aardige vent is.

Margriet Brouwer



Generalistische PR-kennis onontbeerlijk voor IR-functionaris



TAALGEBRUIK

Freek Burger

Het is alom bekend dat wij Nederlanders trots zijn op onze goede beheersing van de Engelse taal. Helemaal in de kringen van internationaal georienteerde wetenschappers, zoals op het CWI, is men van mening dat men het Engels misschien net niet zo goed beheerst als een geboren Engelsman, maar toch stukken beter dan die Amerikanen met hun zelf verzonnen spelling.
Het volgende stukje proza vond ik in een stoffige stapel papier op een zo mogelijk nog stoffiger bureau.
Hieruit blijkt zonneklaar dat wij Nederlanders uiterst inventief omgaan met het Engels en dus een verrijking van deze taal betekenen waar men ons dankbaar voor mag zijn.

Little Thumbie

There was once a poor woodchopper. "This woodchopping" he said one day to his woman, "there sits no dry bread in it; I work myself an accident the whole day, but you and our twelve children have not to eat".
"I see the future dark in", his woman agreed.
"We must try to fit a sleeve on it", the woodchopper resumed. "I have a plan: tomorrow we shall go on step with the children and then in the middle of the wood we'll leave them to their fate over."
His woman almost went off her little stick when she heard this. "What is there with you on the hand?", she cried, "aren't you good sob?" But the woodchopper wasn't brought off his piece by her wailing, he gave no shrink.
"It cannot differ with me what you think", he said. "There sits nothing else on, tomorrow we leave them in the wood."

Little Thumbie, the youngest son, had listened off his parents' conversation.
The next morning before day and dew he went out and filled his pockets with pebbles. During the walk into the wood he knew unmarked-up to drop them one by one. Then the parents told the children to sprookle some wood and shined the plate. When the parents didn't come for the day anymore, the children understood that they had been left in the stitch. Soon the waterlanders appeared, but Thumbie said: "Don't sit down by the packages, I will sorrow for it that we all get home wholeskins". Thank she pebbles he was able to find his way back.
"By god", the parent said as they turned up "how have you ragged him that?"
"No art on" said Thumbie and explained what he had done. "If you want to rid of us, you will have to stand up a bit earlier."
This is just what the parents did. This time there came no pebbles on to pass. All Thumbie had was a piece of dry bread. He decided that this bread there then must believe to it. He left a trail of breadcrumbs but he did not have it in the holes that they were made into soldiers by the birds.
His parents departed with the northern sun, as on the day before, but this time Thumbie soon touched rid of his trail. What now? Good council was expensive. The sun was already under, it was raining pipestems and the crying stood Thumbie nearer then the laughing. At last he saw a tiny light through the trees; it turned

out to be a house. The lady who stood them to word was a giantess. She gave them what to eat but little Thumbie received the feeling that something was not fluff. He had understood that the giantess' man, the giant, was a people-eater who would see no bone in devouring them. If we do not pass up, he thought, we shall be the cigar. As soon as they saw their chance clear they took the legs and smeared them.
When the giant came home, he sniffed the air and bellowed "I smell people flesh woman, why have you let them go there from through? Bring me my seven-league boots, I go them after behind." He was about to haul the children in, but wonder above wonder, just then he decided to lie down in order to snap a little owl. "Shoot up, help me!", Thumbie said to his brothers, as soon as the giant lay there pipping. We must see to make him his seven-league-boots off-handy". He squeezed him like an old thief but they went ahead and knew him to draw his boots out. Now we must make that we come away, little Thumbie said, he saw chance to roll the giants pockets and pick in the gold pieces.
"How have you boxed that before each other", cried Thumbies parents when he showed up. It was a podskin, Thumbie said. I have brought home a little poon. We now have our sheep on the dry. I shall buy myself a nail suit and a woody stringy coat. And I a soup dress his mother cried and I a motor car said father. That afternoon he came riding fore in a sled of a wagon. The next day all the children were stuck in the clothes as well.
After that they moved to Outghost where they bought a chest of a house and lived happily ever after.

Een kwart eeuw in dienst dat is een hele tijd. Wij - dames van de tekstverwerking - kennen Miente weliswaar geen 25 jaar, maar wel zeer lang. Pas de laatste jaren hebben we veel meer met elkaar te maken, hij zit namenlijk in de redactie van het Jaarverslag, CWI Quarterly en Nieuw Archief voor Wiskunde.
Verstrooid als hij kan zijn, kennen we Miente ook als een aardig en geduldig persoon, alhoewel zijn verstrooidheid ons nog wel eens tot wanhoop brengt. Maar je zou natuurlijk óók kunnen zeggen hoe heeft hij het met óns kunnen onthouden. Gelukkig zijn we wat dat betreft aan elkaar gewaagd. Samen lukt het op den duur toch altijd maar weer om het werk tot een goed einde te brengen.
We feliciteren Miente van harte met zijn Jubileum en hopen dat de samenwerking nog van lange duur mag zijn.

Dames van de tekstverwerking

Miente Helpt ....

De meeste mensen zijn wel eens onhandig. Daar schamen ze zich voor en ze proberen het zoveel mogelijk te verbloemen.
Sommige mensen zijn regelmatig onhandig. Ze leren ermee leven en excuseren zich voor hun onhandigheid of hebben een smoesje klaar.
Miente Bakker echter is *altijd* onhandig. Hij schaamt zich daar niet voor, hij excuseert zich niet; hij heeft de onhandigheid tot kunst verheven.

Om een klein voorbeeld te geven:

Op een regenachtige donderdag(koop)avond kwam ik Miente tegen in de Bijenkorf. Voor de lift op de begane grond stonden we even te praten. Er kwam een meneer naar ons toe met de vraag waar de bloemenvazen verkocht werden. Miente en ik overlegden even en kwamen overeen dat dat op de derde etage zou moeten zijn.
Vervolgens begon Miente druk te gebaren: "Dan kunt u dáár de roltrap nemen (gebaar naar links), of dáár (gebaar naar rechts)". Dat de man hem nietszeggend aankeek, drong niet tot hem door.
Met het schaamrood op de kaken heb ik Miente snel gedag gezegd en de man aan de arm naar de derde verdieping meegenomen.

Toen ik de volgende dag, terug op het CWI, aan Miente vroeg of hij niet had opgemerkt dat die meneer een levensgrote rood-witte stok voor zich hield, was Miente degene die mij nietszeggend aankeek.

Marja Hegt

Geen oude koek

Het zou natuurlijk passend zijn hier iets te schrijven over eindige elementen, of over het belang van superconvergentie en het nut van Jacobi-polynomen. Ook zou er wel een anekdote te vertellen zijn over de tijd dat wij aan de Tweede Boerhaavestraat een kamer deelden. Maar ik denk dat zalmtaart beter smaakt dan oude koek. Daarom krijg je hier het volgende recept.

Zalmtaart

Ingredienten:

2 zalmforellen	2 ons garnalen
1 1/2 ons champignons	droge witte wijn (Muscadet)
1/2 bekertje zure room	2 sjalotjes
6 plakjes diepvries bladerdeeg	1/3 rode peper
verse dille	3 eieren
olijfolie	citroen
zout	peper

Voorbereiding:

- Fileer de zalmforellen (of beter: vraag het je visboer wanneer je ze koopt. Van de graten en de kop kun je nog een uitstekende visbouillon trekken).
- Maak een marinade van twee glazen witte wijn, het sap van een halve citroen, de gesnipperde sjalotjes, een deel van de gesnipperde rode peper (zonder pitjes) en een scheutje olie. Leg de vier vis-filets met de dille en wat peper in de marinade, en laat ze een paar uur in de koelkast staan.
- Maak de champignons schoon en bak ze kort, met wat peper.

Bereiding:

- Beboter een springvorm (24-28cm doorsnee) en bestuif hem met wat bloem. Maak van het bladerdeeg één plak en bekleed hiermee de vorm. Besmeer de deegbodem met een dun laagje olie. Haal de vis-filets uit de marinade en leg ze in de vorm. Neem de sprietjes dille uit de marinade; houd er een paar apart en hak de rest fijn. Klop de eieren met de zure room en de overgebleven marinade tot een gladde massa. Voeg hieraan wat zout en peper (eventueel nog wat citroensap e.d.) en de fijngehakte dille toe. Giet deze massa over de vis.
- Strooi de gebakken champignons over de vis, samen met de garnalen. Snipper hierover de rest van de rode peper. Versier de bovenkant met twee of drie achtergehouden sprietjes dille.
- Bak de taart in ongeveer 40 minuten gaar (15 min op stand 6 en 25 min op stand 4).

Piet Hemker

The Bakker Polynomials

Piet van der Houwen

CWI

Twentyfive years ago, when Miente joined the Applied Mathematics Department of the Mathematical Centre, he started his research in the numerical ODE group. One of the topics of interest to this group was the construction of stability polynomials. The polynomials constructed by Miente, from now on to be called the *Bakker polynomials*, were reported in his Masters Thesis [B]. Later on, these polynomials were used as the starting point for the construction of a very powerful time integrator for solving heat flow problems. In this contribution to Miente's Liber Amicorum, I want to explain for nonspecialists the importance of the Bakker polynomials in numerical integration.

1. The Taylor Algorithm

The mathematical modelling of heat flow problems (and, in fact, many other problems arising in the technical sciences) leads to intial value problems for systems of differential equations of the form

$$\text{(1)} \qquad \frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} = M\mathbf{y}(t), \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0,$$

where t is the time variable, $\mathbf{y}_0$ is the given initial state, $\mathbf{y}(t)$ denotes the unknown state vector at time t, and M is a matrix operator with a negative eigenvalue spectrum. For simplicity, we shall assume that M does not depend on t and $\mathbf{y}$.
Formally, equation (1) can be solved by expanding $\mathbf{y}(t)$ in a Taylor series at t_0 and by expressing the time derivatives in terms of the matrix M. Defining $\Delta t := t - t_0$, we obtain

$$
\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(t_0) + \Delta t\,\frac{d\mathbf{y}(t_0)}{dt} + \frac{1}{2!}(\Delta t)^2\,\frac{d^2\mathbf{y}(t_0)}{dt^2} + \ldots = E(\Delta t M)\mathbf{y}(t_0),
$$

(2)

$$
E(\Delta t M) := 1 + \Delta t\, M + \frac{1}{2!}(\Delta t)^2 M^2 + \frac{1}{3!}(\Delta t)^3 M^3 + \ldots .
$$

Given the initial state $\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0$, a numerical approximation at $t_0+\Delta t$ is obtained by replacing the *infinite* series representation of the operator $E(\Delta t M)$ with a *finite* series. This leads us to the algorithm

(3) $$\mathbf{y}(t) \approx E_m(\Delta t M)\mathbf{y}(t_0), \quad E_m(z) := 1 + z + \frac{1}{2!}z^2 + \frac{1}{3!}z^3 + \ldots + \frac{1}{m!}z^m.$$

In principle, this algorithm was already used in 1671 by Newton [N]. The numerical approximation defined by (3) becomes increasingly less accurate as t increases. A more accurate procedure is based on the repeated application of formula (3), i.e. we write $\mathbf{y}(t_n) \approx E_m(\Delta t M)\mathbf{y}(t_{n-1})$ where $t_n = t_0+n\Delta t$, $n = 1, 2, \ldots$. Denoting the numerical approximations to $\mathbf{y}(t_n)$ by $\mathbf{y}_n$, $n = 1, 2, \ldots$, we arrive at the simple recursive algorithm

(4) $$\mathbf{y}_n = E_m(\Delta t M)\mathbf{y}_{n-1}, \quad n = 1, 2, \ldots .$$

Starting with the initial state $\mathbf{y}_0$, the algorithm (4) computes, step by step, the approximations $\mathbf{y}_n$. This algorithm is called the *Taylor algorithm* and E_m will be called the Taylor polynomials. It can be proved that the numerical error at a fixed point $t_n = t_0+n\Delta t$ behaves as $O((\Delta t)^m)$ as $\Delta t \to 0$. Hence, on halving the step length Δt, the numerical error is decreased by a factor 2^m. The algorithm is said to have order of accuracy $p = m$.

For larger values of m, the Taylor algorithm (4) has an extremely high order of accuracy and allows, as far as accuracy is concerned, large steps Δt. However, larger values of m also imply a proportional increase of the work per step which can only be compensated by decreasing the total number of steps, that is, by increasing the step length. Hence, the Taylor algorithm will only be effective if we can combine an increase of m with a faster increase of Δt. Unfortunately, in many problems, this is not possible without the danger of the development of instabilities as n increases. To see this, we express $\mathbf{y}_n$ in terms of $\mathbf{y}_0$ by repeated application of the recursion (4), i.e.

$$
\mathbf{y}_n = E_m(\Delta t M)\mathbf{y}_{n-1} = [E_m(\Delta t M)]^n\, \mathbf{y}_0.
$$

This relation shows that after n steps, a perturbation Δy_0 of y_0 results in a perurbation $\Delta y_n = [E_m(\Delta t M)]^n \Delta y_0$. It is well known that Δy_n becomes unbounded as n increases unless the spectral radius of $E_m(\Delta t M)$ is less than 1, that is, $E_m(\Delta t \mu_j)$ should be within the unit circle, where the μ_j are the eigenvalues of M. Thus, E_m controls the stability of the Taylor algorithm and is therefore called the *stability polynomial.*
In the case of heat flow problems, M usually has its eigenvalues μ_j in a negative interval $(-\rho(M), 0)$. Hence, Δt should be such that $|E_m(x)| < 1$ in the interval $(-\Delta t\rho(M), 0)$. It can be shown that $|E_m(x)| < 1$ for $-\beta < x < 0$, where the so-called *stability boundary* β associated with E_m is (approximately) given by

$$(5) \qquad \beta \approx 0.368\,(m+1)\,\sqrt[2(m+1)]{19(m+1)} \approx 0.368\, m \quad \text{as } m \to \infty.$$

Hence, the integration step is limited by the stability condition $\Delta t < \beta / \rho(M)$. By setting $\Delta t \approx \beta / \rho(M)$, we can take any step we want by choosing m sufficiently large. However, since both β and the work per step are linearly increasing with m as m becomes larger, the total work is independent of Δt. A measure for the total computational work needed for integrating the unit interval is given by $W \approx 2.7\,\rho(M)$. As a consequence, for heat flow problems where $\rho(M)$ is usually very large, the Taylor algorithm is extremely costly. The accuracy, on the contrary, is extremely high, and can be increased arbitrarily by decreasing Δt without increasing computational costs. Recalling that the numerical error behaves as $O((\Delta t)^m)$ and ignoring the dependency of the order constant on m, it follows from (5) that a measure for the error is given by $\varepsilon \approx$ const. $(\Delta t)^{2.7\rho(M)\Delta t}$. Hence, the accuracy exponentially increases with $\rho(M)$. Summarizing, we conclude that the Taylor algorithm is *too costly* and, at the same time, *unnecessarily accurate* for solving heat flow problems.

2. Stability Taylor Polynomials: Results until 1968

The conclusion 'the Taylor algorithm is too costly and too accurate' suggests sacrifycing accuracy in order to reduce computational costs. Suppose that the stability polynomial E_m occurring in (4) is replaced by a stability polynomial of the form

(6) $$R_m^{(p)}(z) := \beta_0 + \beta_1 z + \beta_2 z^2 + \ldots + \beta_m z^m, \quad \beta_j = \tfrac{1}{j!}; \; j = 0, \ldots, p; \quad m > p,$$

where the coefficients β_j, $j = p+1, \ldots, m$, are free parameters. Then, the algorithm

(7) $$y_n = R_m^{(p)}(\Delta t M) y_{n-1}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

has order of accuracy p for all values of the parameters β_j. Its stability boundary β is defined by the negative interval $-\beta < x < 0$ where $| R_m^{(p)}(x) | < 1$. The free β_j parameters can be used for increasing the stability boundary β to obtain the *stabilized Taylor polynomials*. It was this project that was carried out by the numerical analysts in the Applied Mathematics Department when Miente joined us in 1969.

At that time, closed form solutions for the polynomials with maximal stability boundaries (to be called *optimal polynomials*) were only known for $p = 1$. They are given by

$$R_m^{(1)}(x) = T_m\left(1 + \frac{x}{m^2}\right), \quad \beta = 2m^2,$$

where T_m denotes the first kind Chebyshev poynomial of degree m. Several times these shifted Chebyshev polynomials have been rediscovered. As far as I know, they were mentioned for the first time in 1958 by Yuan' Chzao-Din in his thesis [Y], in 1959 by Franklin in his paper [F] that appeared in the Journal for Mathematical Physics, and in 1960 by Guillou and Lago in the Proceedings [G] of the first conference of AFCAL (the French Association for Computing).

The case $p \geq 2$ is less easy. Various authors have given approximate solutions, but even until now, explicit expressions for the coefficients of the optimal polynomials are not available. In the thesis of Metzger [M] in 1967, we find numerical approximations for $p \leq 4$, $m \leq 5$, and in a NASA report of Lomax [L] of 1968, a general approach for computing the coefficients was indicated. Lomax conjectured that the optimal polynomials satisfy the so-called ***equal ripple*** property, that is, the optimal polynomial has m-p local extrema ± 1 (this property was actually proved by Riha [R] in 1972 who also showed the unique existence of the optimal polynomials for all p and all $m > p$). Using the equal ripple property, an iterative method can be constructed for the numerical computation of the coefficients. However, this equal-ripple-iteration method needs rather accurate initial iterates in order to converge. Presumably for this reason, Lomax did not use the equal-ripple-property approach, and instead, computed least squares approximations. Tables of coefficients for $p = 2$ and $m \leq 10$ are given in [L]. It should be remarked that all above-mentioned authors were not aware of the work of their colleagues. Hence, until 1968, all results on optimal stability polynomials were obtained independently.

3. The Bakker Stability Polynomials

Although not recognized at the time, it was Miente who established a break-through in the construction of stabilized Taylor polynomials. We knew already that the optimal stability boundaries are of the form $c_p(m)m^2$ with $c_p(m)$ bounded away from 0 as $m \to \infty$, but it was Miente who actually obtained lower and upper bounds for $c_p(m)$ for p up to 15 (see his report [B] of 1971). Furthermore, he derived for p = 2 and p = 3 analytically given polynomials which are quite close approximations to the optimal stability polynomials, in the sense that the stability boundaries are close to the maximum attainable values. These stabilized Taylor polynomials, to be called the *Bakker polynomials*, are given by

$$B_m^{(2)}(x) = \frac{2m^2+1}{3m^2} + \frac{m^2-1}{3m^2} T_m\left(1 + \frac{3x}{m^2-1}\right), \quad \beta \approx \frac{2}{3}(m^2-1), \; m > 2,$$

$$B_m^{(3)}(x) = 1 + \frac{3\beta^2 - 2(40k^2-1)\beta}{576k^4} - \frac{3\beta^2 - 2(36k^2-1)\beta}{512k^4} T_{2k}\left(1 + \frac{2x}{\beta}\right)$$

$$+ \frac{3\beta^2 - 2(4k^2-1)\beta}{4608k^4} T_m\left(1 + \frac{2x}{\beta}\right), \quad k := \frac{m}{6}, \; m = 6, 12, 18, \dots,$$

$$\beta = \frac{2}{9} m^2 - 1 + \frac{1}{9}\sqrt{\frac{8m^4 - 60m^2 + 297}{5}} \approx \frac{2}{9} m^2\left(1 + \sqrt{\frac{2}{5}}\right) \approx 0.363\, m^2 \text{ as } m \to \infty,$$

where again T_m denotes the first kind Chebyshev poynomial of degree m. Numerical calculations indicate that the optimal stability boundary approximately behaves as $0.814\,m^2$ and $0.489\,m^2$ as $m \to \infty$ for p = 2 and p = 3. Hence, the Bakker polynomials possess already 80% and 75% of the maximal attainable, asymptotic stability boundary. (The optimal stability boundaries were obtained by using the least squares approach of Lomax for generating initial iterates to start the equal-ripple-iteration method.)

From an implementational point of view, we want to select the integration step Δt on the basis of accuracy considerations and to adapt m such that the stability condition is satisfied. This leads to m $\approx \sqrt{c_p^{-1}\Delta t \rho(M)}$. Since $\Delta t\rho(M)$ can be extremely large (10^4 is no exception in heat flow problems), m may easily be greater than 100. It is here where the Bakker polynomials have their main advantage: *they are known for arbitrarily large values of m!* In order to see the gain factor with respect to the Taylor algorithm (4), we compare the total computational work needed for integrating the unit interval with step Δt, i.e. $W = m / \Delta t$, with that obtained for the Taylor algorithm, i.e. $W \approx 2.7\rho(M)$. Elimination of $\rho(M)$ shows that we have a reduction factor given by $2.7c_p m$. It is clear that the stabilized Taylor algorithm (7) is a considerable improvement over the Taylor algorithm (4), provided that m can be chosen sufficiently large. However, then we were faced with the problem of internal instability.

4. The Runge-Kutta-Bakker Method

The conventional way to implement the stabilized Taylor algorithm (7) reads

$$(7') \qquad \mathbf{Y}_i = \mathbf{y}_{n-1} + a_i \Delta t\, M\, \mathbf{Y}_{i-1}, \quad a_i := \frac{\beta_{m-i+2}}{\beta_{m-i+1}}, \quad i = 1, \ldots, m+1; \quad \mathbf{y}_n = \mathbf{Y}_{m+1},$$

where a_1 is assumed to vanish. When we actually applied this scheme, taking into account the stability condition $\Delta t < \beta / \rho(M)$, it turned out that the numerical solution lost accuracy for larger values of m. On a computer with 14 digits arithmetic, m should not be greater than 12. This is caused by the development of *internal* instabilities within a single step. Just as the step values $\mathbf{y}_n$ are required to be stable by imposing the (external) stability condition $\Delta t < \beta / \rho(M)$, we also have to require that the internal values $\mathbf{Y}_i$ are stable. The internal perturbations satisfy the recursion $\Delta\mathbf{Y}_i = a_i \Delta t\, M\, \Delta\mathbf{Y}_{i-1} = R_{i-1}(\Delta t M)\Delta\mathbf{Y}_1$, where the so-called *internal stability poly-nomials* $R_i(x)$ are of degree i in x. This leads to the *internal* stability conditions $\Delta t < \alpha_i / \rho(M)$, $i = 1, \ldots, m$, where α_i denotes the stability boundary associated with R_i. For large values of m, these conditions are much more restrictive than the external stability condition $\Delta t < \beta / \rho(M)$. As a consequence, the main advantage of the Bakker polynomials, viz. that they are available for arbitrarily large values of m, cannot be exploited. This is the reason that our early implementation of the stabilized Taylor algorithm was based on the optimal polynomials, rather than on the Bakker polynomials.

However, it is possible to avoid, or at least to suppress the internal instabilities, just by changing the implementation of the algorithm. Let the implementation (7') be replaced by

$$(7') \qquad \mathbf{X}_i = \mathbf{y}_{n-1} + \Delta t\, M \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}\, \mathbf{X}_j, \quad i = 1, \ldots, m+1; \quad \mathbf{y}_n = \mathbf{X}_{m+1},$$

where the coefficients a_{ij} are such that $\mathbf{X}_{m+1} = \mathbf{Y}_{m+1}$. By observing that $\mathbf{X}_{m+1}$ can be written as $P_m(\Delta t M)\mathbf{y}_{n-1}$, where $P_m(x)$ is a polynomial of degree m in x, we conclude that the coefficients a_{ij} are required to be such that P_m is identical with the polynomial $R_m^{(p)}$ occurring in (7). This requirement does not uniquely determine the coefficients a_{ij}. The remaining degrees of freedom can be used for internal stabilization. This is achieved by writing the recursion for the internal perturbations in the form $\Delta\mathbf{X}_i = R_{i-1}(\Delta t M)\Delta\mathbf{X}_1$ and by maximizing the internal stability boundaries α_i in the conditions $\Delta t < \alpha_i / \rho(M)$, $i = 1, \ldots, m$. It turns out that in the case where the (external) stability polynomial $R_m^{(2)}$ is defined by the Bakker polynomials $B_m^{(2)}$, suitable coefficients a_{ij} can be found such that the internal stability conditions are not more restrictive than the external stability condition (this is due to the fact that R_i itself satisfies a stable recursion). It is even possible to choose the a_{ij} such that the $\mathbf{X}_i$ are not only stable, but also second-order accurate approximations to the exact solution at a set of intermediate points.

Finally, we mention that the algorithm (7') can be adapted for integrating problems of the form (1) where M depends on $\mathbf{y}$. The resulting scheme may be considered as a *stabilized Runge-Kutta method* and has the form

$$\text{(9)} \qquad \mathbf{X}_i = y_{n-1} + \Delta t \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}\, M(\mathbf{X}_j)\mathbf{X}_j, \quad i = 1, \ldots, m+1; \quad y_n = \mathbf{X}_{m+1}.$$

The stabilized Runge-Kutta method generated by the Bakker polynomials $B_m^{(2)}$ has been implemented by Sommeijer and is now available through netlib [S]. It is a highly efficient integrator for general heat flow problems, particularly for 2D and 3D problems. We called it the *Runge-Kutta-Chebyshev method*, but it could equally well have been called the *Runge-Kutta-Bakker method*.

References

[B] Bakker, M. (1971): Analytic aspects of a minimax problem (Dutch), Report TN 62, Mathematisch Centrum, Amsterdam.

[F] Franklin, J.N. (1959): Numerical stability in digital and analogue computation for diffusion problems, J. Math. Phys. 37, 305-15.

[G] Guillou, A. & Lago, B. (1960): Stability regions of one-step and multistep formulas for differential equations; Investigation of formulas with large stability boundaries (French), 1^e Congres de l'Association Francaise de Calcul, AFCAL, Grenoble, Sept. 1960, 43-56.

[L] Lomax, H. (1968): On the construction of highly stable, explicit numerical methods for integrating coupled ODEs with parasitic eigenvalues, NASA Technical Note NASAIN D/4547.

[M] Metzger, C.L. (1967): Runge-Kutta methods whose number of stages exceeds their order (French), These (Troisieme cycle), Université de Grenoble.

[N] Newton, I. (1671): Methodus Fluxionum et Serierum Infinitarum, edita Londini 1736, Opuscula mathematica vol. I: Problema II, Solutio Casus II, Ex. I.

[R] Riha, W. (1972): Optimal stability polynomials, Computing 9, 37-43.

[S] Sommeijer, B.P. (1991): RKC, a nearly-stiff ODE solver,available Through netlib (mail: netlib@ornl.gov, send rkc from ode).

[Y] Yuan' Chzao-Din (1958): Some difference schemes for the solution of the first boundary value problem for linear differential equations with partial derivatives (Russian), Thesis, Moskow State University.

Gedachten aan Miente

Nada

(uit: Dichters bij de Bezige Bij, 1944 – 1984;
bloemlezing, Remco Ekkers)

Praten (Helen en Handke)

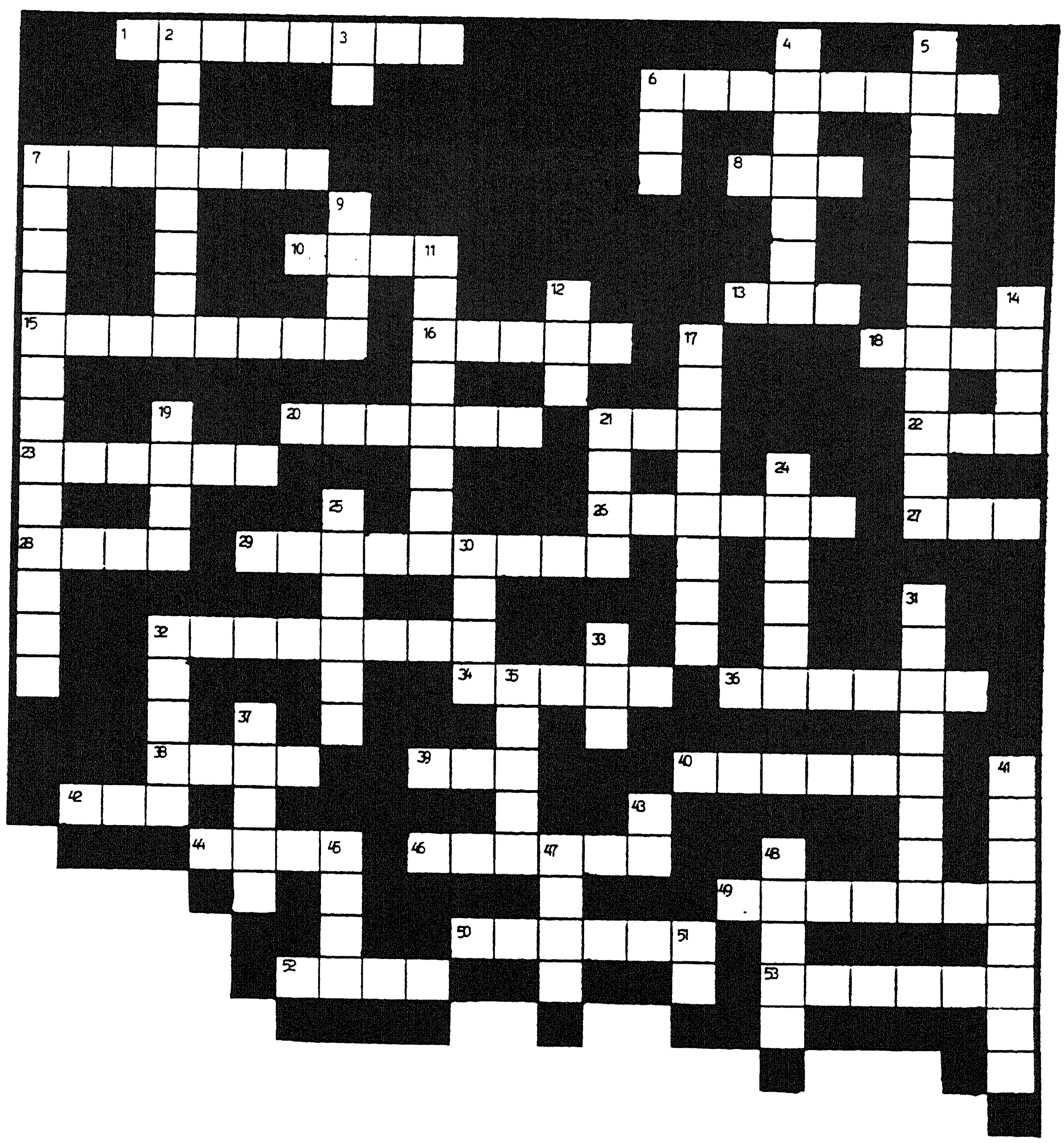
Na de nachtmerrie kwam het
wennen aan de stilte
en de duisternis
tot de kooi open ging
tot ik de kooi opende
tot iemand mij de sleutel gaf
tot ik begreep wat een kooi was
tot ik kon denken dat ik in de kooi zat
tot ik kon denken: ik.
    Kan Kaspar pas doordat hij kan praten
    datgene waarover hij praat waarnemen?
(schudden) – nee
(knikken) – ja
(trekken) – kom
(duwen) – weg
(snijden) – brood
    Je kunt met een zin elke wanorde
    in betrekkelijke orde brengen.


Für Miente
poco rit.
à tempo
Refrein
12
Brockmans & Van Poppel B.V. - Amsterdam


molto crescendo
Broekmans & Van Poppel B.V. - Amsterdam

JUBILEUM CRYPTOGRAM

Simone Panka-van der Wolff



HORIZONTAAL

1. Ging ge anders niet naar dit sprookjesfiguur? (8)
6. Deze afdeling is door getallen uitgedrukt (8)
7. De belster houdt jouw broek op? (7)
8. Perverse programmeertaal (3)
10. Vindt 37. haar inderdaad mooi? (4)
13. Is dit sterrenbeeld bestemd voor de pc? (3)
15. Staat deze ouwe ijzeren kar in verbinding met zuurstof? (8)
16. 't Is schoon openbaar vervoer (5)
18. Nikkel en compagnon? (4)
20. Haar kent-ie anders al meer dan 25 jaar (6)
21. Centrale 43? (3)
22. Grens verleggend onderzoek? (3)
23. Zijn naam schiet me niet te binnen (6)
26. Hiermee ga jij te werk (6)
27. Stiefvader van 8. (3)
28. Deze dame komt er ook anders achter (4)
29. Loopt meestal ook die termijn achter (9)
32. Een zilveren tijd op het CWI (8)
34. Zoo is kunst (5)
36. BS + BS = Directeur (6)
38. De vreemde bevestiging komt voor de zonnegod (4)
39. Kind van acht (3)
40. M., F. en J.W. (6)
42. Jouw plan is dit te halen (3)
44. Weet 'k niet jongen (4)
46. Klinkt als een computer die zijn roem verloren heeft (6)
49. Is zijn hoofd kapot? (7)
50. Gaat amicaal met 47. verticaal om (6)
52. Uitroep voor de spoorwegen (4)
53. Doet de PD met klusjes (6)

VERTIKAAL

2. Een stapel op jouw rijwiel (8)
3. Heeft dit bestuursorgaan de T.H. gedaan? (2)
4. Dragen ze op dit eiland korte broeken? (7)
5. 4x per jaar bekendmakingen (12)
6. Tijdschrift met adresgegevens? (3)
7. Lunchpakketje (13)
9. Kippetje met? (4)
11. Spookt het daarbuiten? (8)
12. Kippeziekte in het Bureau (3)
14. Twee keer niks na de 20e; dat krijg je van al dat gokken (4)
17. Buitenlandse auto met brandstoffen (8)
19. 28. horizontaal terug (4)
21. De partner is er ook (4)
24. Ja, duizend en één meisjes heten zo (6)
25. Meisje van Hemingway? (6)
30. Hoe lang was moeder? (4)
31. Bloemenmeisje (8)
32. Mag het weten (5)
33. Korte Willem (3)
35. RAL is op het goede spoor (5)
37. Vreemde jongen met kippeziekte (5)
41. Zeemleer (8)
43. Vreemd of kapitaal (2)
45. Bergt de drogist hier zijn spulletjes op? (4)
47. Buiten binnen deze universiteit (4)
48. Beeldig familielid (5)
51. Na je promotie was je d'r (2)

Miente Bakker en de Instituutsraad (IR)

door Frank Roos

Acta ne agamus, reliqua paremus
(Laten wij het behandelde niet (weer) behandelen, (liever) voorbereiden, wat nog te doen valt)

CICERO

Een woord, dat men zo grondig heeft doorgestreept dat het onleesbaar geworden is, boezemt de ontvanger (van een brief) meer belang in dan vier kantjes leesbaar schrift

FLIEGENDE BLÄTTER

De eerste wet der geschiedschrijving is, niets onwaars te zeggen en niets waars te verzwijgen

CICERO

In Amsterdam was een man genaamd Bakker
die bleef tijdens de IR helder wakker
hij toetste elk woord
in de Mac zoals 't hoort
en maakt de tekst dan sterker of zwakker

Gesprekken met jezelf

Arno Siebes

Iedereen kent ze wel, mensen op straat die in druk gesprek met zichzelf gewikkeld zijn. Soms zijn dit trieste gevallen, zwervers, junks of geestelijk minder begaafden, maar soms zijn het ook heel normale mensen zoals U en ik.

Voor de niet-gedeformeerden zijn er een aantal voordelen aan gesprekken met jezelf verbonden. Het belangrijkste is mischien wel dat er naar je geluisterd word. Je gesprekspartner houdt zich niet met andere zaken bezig, hij valt je niet in de rede en probeert ook niet het gesprek een andere richting op te sturen. Nee, zijn aandacht is geheel op dit voor jou zo belangrijke gesprek gericht. Al redenerend krijg je zo alle voors en tegens, alle plussen en minnen en alle sterke en zwakke punten op een rijtje. Kortom, gesprekken met jezelf zijn aangenaam en nog nuttig op de koop toe.

Uit deze lofzang blijkt natuurlijk dat ikzelf regelmatig met mezelf in gesprek ga, maar, waarom val ik U hiermee lastig? De reden is simpel, ook Miente spreekt met zichzelf. Als hij tijdens een vergadering de notulen maakte op zijn inmiddels (stom stom stom) verloren geraakt portable computer, dan piepte deze als er een kwartier lang niets ingetyped was. Met andere woorden, Miente zei tegen zichzelf: 'doe eens wat'.

In deze notulen vond ik regelmatig pijlen. Zo'n pijl staat en stond altijd voor een actie die Miente in de toekomst moest uitvoeren. Dus ook hier zei Miente tegen zichzelf: 'doe wat'.

Het lijkt dus wel of Miente nooit wat doet! Deze indruk wordt nog versterkt door het feit dat de pijlen er maand na maand instonden, zonder dat verdere aktie was ondernomen. Maar aangezien ik vaak notulen van Miente krijg, nog vaker in de printer-queue achter hem sta en hem nog veel vaker met stapels papier door het gebouw zie rennen, denk ik niet dat hij niets doet.

De conclusie kan dus alleen maar zijn dat Miente niet luistert, in ieder geval niet naar zichzelf. Maar juist het feit dat je naar jezelf luistert is een van de belangrijke redenen voor een normaal mens om met zichzelf te spreken. De hamvraag is dus, is Miente soms niet normaal?

Hij loopt veel door het gebouw, maar een zwerver lijkt hij me niet. Voor junk of alcoholist is hij te warrig, hij zou de helft van z'n shots vergeten en zo nooit verslaafd raken. En geestelijk minder valide, ach, aan elke gepromoveerde is wel een steekje of wat los maar zwak begaafd is een te zware term. Kortom, er moet wat anders met Miente aan de hand zijn.

Iedereen die kinderen heeft weet dat kinderen per definitie niet luisteren; zij die net als ik geen kinderen hebben weten dit nog beter. Soms kun je je doel bereiken via een omtrekkende beweging, maar een opmerking als: 'snoep maar zoveel tot je er kotsmisselijk van wordt', heeft toch echt het onbedoelde en averechtse effect.

Als dit je verwachtingspatroon is als je uiteindelijk kinderen krijgt, kun je zwaar gefrustreerd raken als je kinderen wel luisteren. Daar had je je niet op ingesteld, daar had je die drie delen dr.Spock niet voor doorgelezen.

Ik vermoed dat Miente niet naar zichzelf luistert omdat zijn kinderen wel naar hem luisteren. Alleen door zelf ongehoorzaam te zijn heeft hij iemand om al zijn pedagogische technieken op los te laten. Dit betekent ook dat Miente voorlopig nog niet naar zichzelf zal luisteren, de notulen blijven voorlopig nog opgevrolijkt met pijlen.

Er is echter hoop, zo na een jaar of dertig groeit er een verstandhouding tussen ouders en kinderen. Eindelijk luisteren ze naar elkaar. Miente is nu 25 jaar bij het CWI, dus met een jaar of vijf moet het leed geleden zijn.

De Reizende Wetenschapper

Frans Snijders

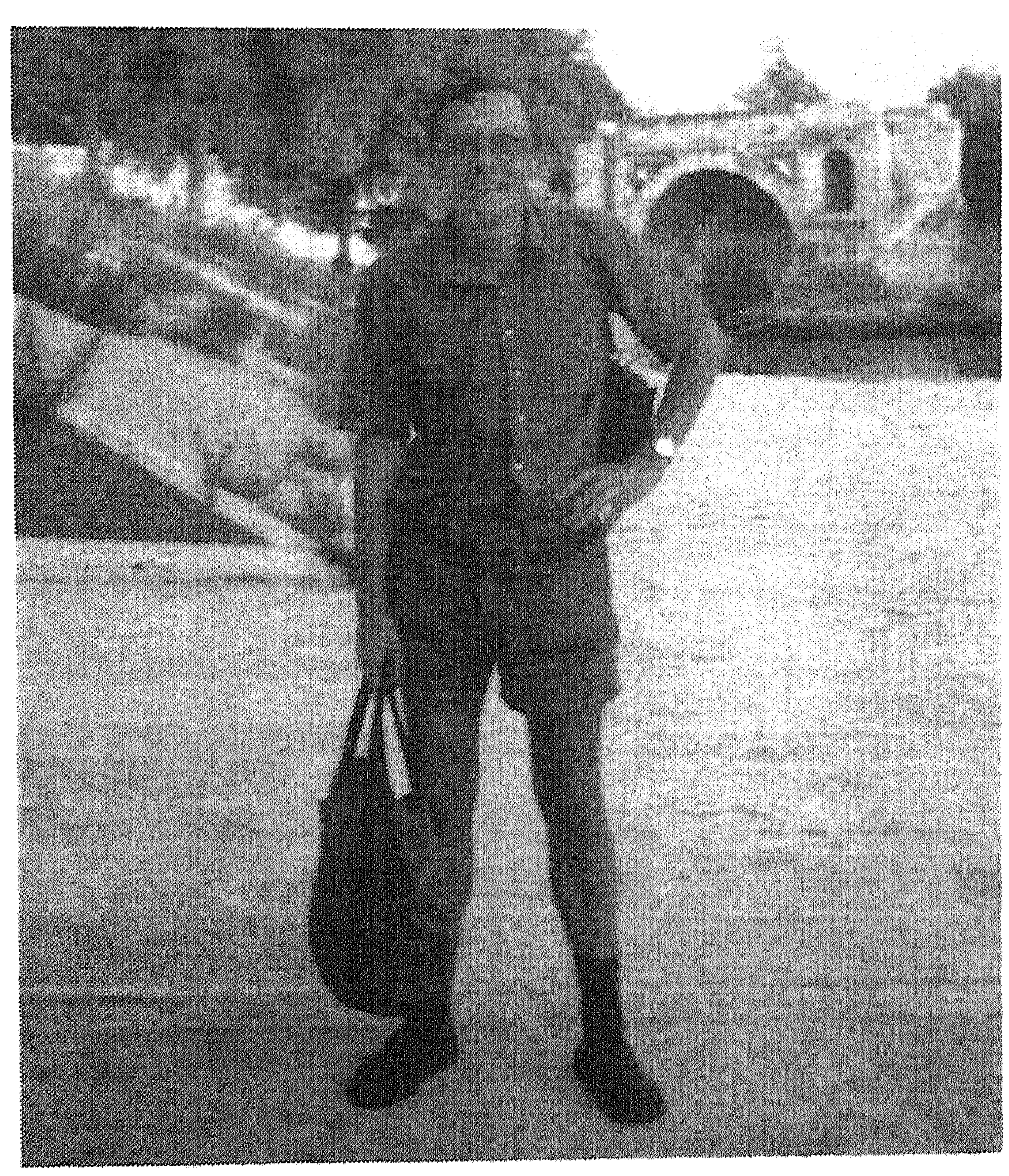
In de congreswereld weet iedereen het: wetenschappelijke instituten zijn een potentiële "congresbom". Als je een congresbestemming wilt verkopen moet je bij de internationale wetenschappelijke verenigingen zijn, zoals in ons vakgebied de IEEE, SIAM of ACM.
ICCA, de International Conferences and Conventions Association, houdt voor haar leden (grote congrescentra, hotels, airlines, ...) een uitgebreide database bij met gegevens over praktisch ieder wetenschappelijk congres, en de leden zijn graag bereid daar dik voor te betalen.
Wanneer je de internationale congreskalender openslaat die het Nederlands Congresbureau halfjaarlijks uitgeeft, zie je het ook: zo'n beetje alle congressen komen uit de hoek van de wetenschap.

Deze situatie bestaat al sinds lange tijd maar is recentelijk aanzienlijk verergerd door de EU fondsen. Het internationale onderzoek maakt frequent "meeten" noodzakelijk. Behalve onderzoek financiert de EU ook programma's als SCIENCE en HCM, een soort reis- en verblijfprogramma's voor wetenschappers. Ook nationaal komt steeds meer geld vrij voor internationaal wetenschappelijk reisverkeer. Wanneer het handelsreizigersprobleem in deze tijd gedefinieerd zou worden, had men het zeker over het probleem van de reizende wetenschapper gehad. Een hele grove schatting van mijn kant is dat het CWI jaarlijks goed is voor ergens tussen de 500 en 1000 Kf aan reiskosten.

Het voorgaande maakt wel duidelijk dat het leven van de wetenschapper zwaar is. Van het ene congres naar het andere, waarvan sommige zelfs zo slopend zijn dat men ze workshops noemt. Geen wonder Miente, dat jij dit leven geen 25 jaar hebt kunnen volhouden en uiteindelijk een baantje in de luwte van de ondersteuning hebt gezocht. Toch kun je het af en toe, op momenten waarop je je weer jong en sterk voelt, niet laten nog eens een congresje te doen. Laatst nog een ISO-werkgroep waarbij je zelfs nog 's avonds aan de bak moest voor een zware wijnproeverij in de Bordeau streek. Inderdaad: no rest for the weary!
Een duidelijke indicatie voor de zwaarte van dit wetenschappersbestaan is ook wel dat het dikwijls nodig is dat men zijn/haar echtgenoot mee moet nemen naar een congres. Vooral naar landen waar het 's zomers nogal warm is en waar werkelijk het uiterste van de wetenschappers gevraagd wordt moet vaak de echtgenoot als steun en toeverlaat meegenomen worden. Vaak is het ook zo dat de wetenschapper niet in staat is om onmiddellijk na zo'n inspannend congres weer terug naar de thuisbasis te gaan. Om weer tot zichzelf te komen is hij dan verplicht een weekend in Londen, Parijs of New York door te brengen. Ik geef het je te doen.

Gelukkig is het einde van dit afmattende bestaan in zicht. Telecommunicatie en computertechnologie convergeren tot een systeem waarbij de wetenschapper niet meer op reis hoeft. Information superhighways en multimedia maken teleconferencing mogelijk waarbij men alleen nog maar virtueel in een congrescentrum zit. Maar in de praktijk worden de drukke congresmaanden juli en augustus doorgebracht in de behaaglijke omgeving van het CWI-kantoor waar in die maanden altijd zo'n lekker zonnetje op staat.

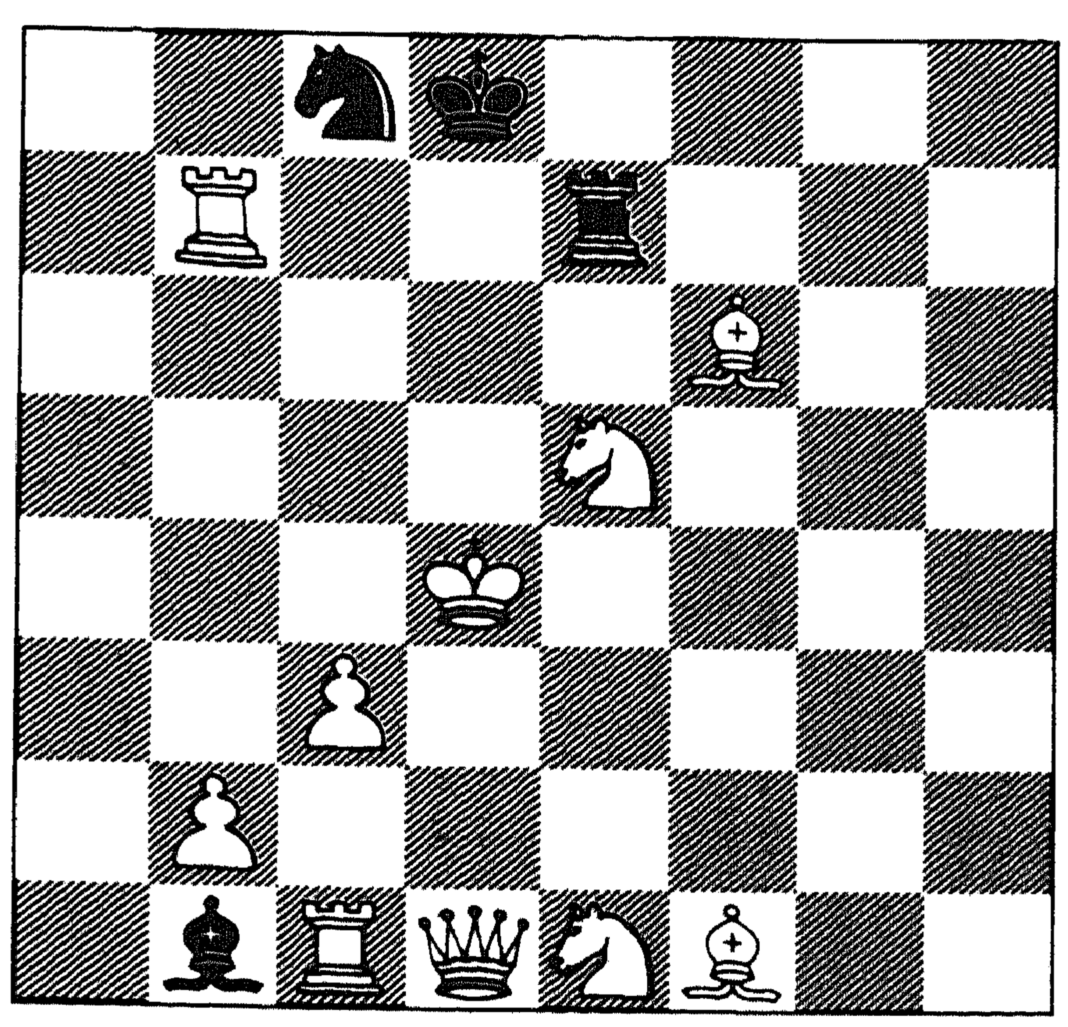
Een volledig uitgeputte Miente komt bij van een zware Braziliaanse congresdag. Onze man is zelfs zo van de kaart dat hij denkt een glas in de rechterhand te hebben waar toch overduidelijk niets is.



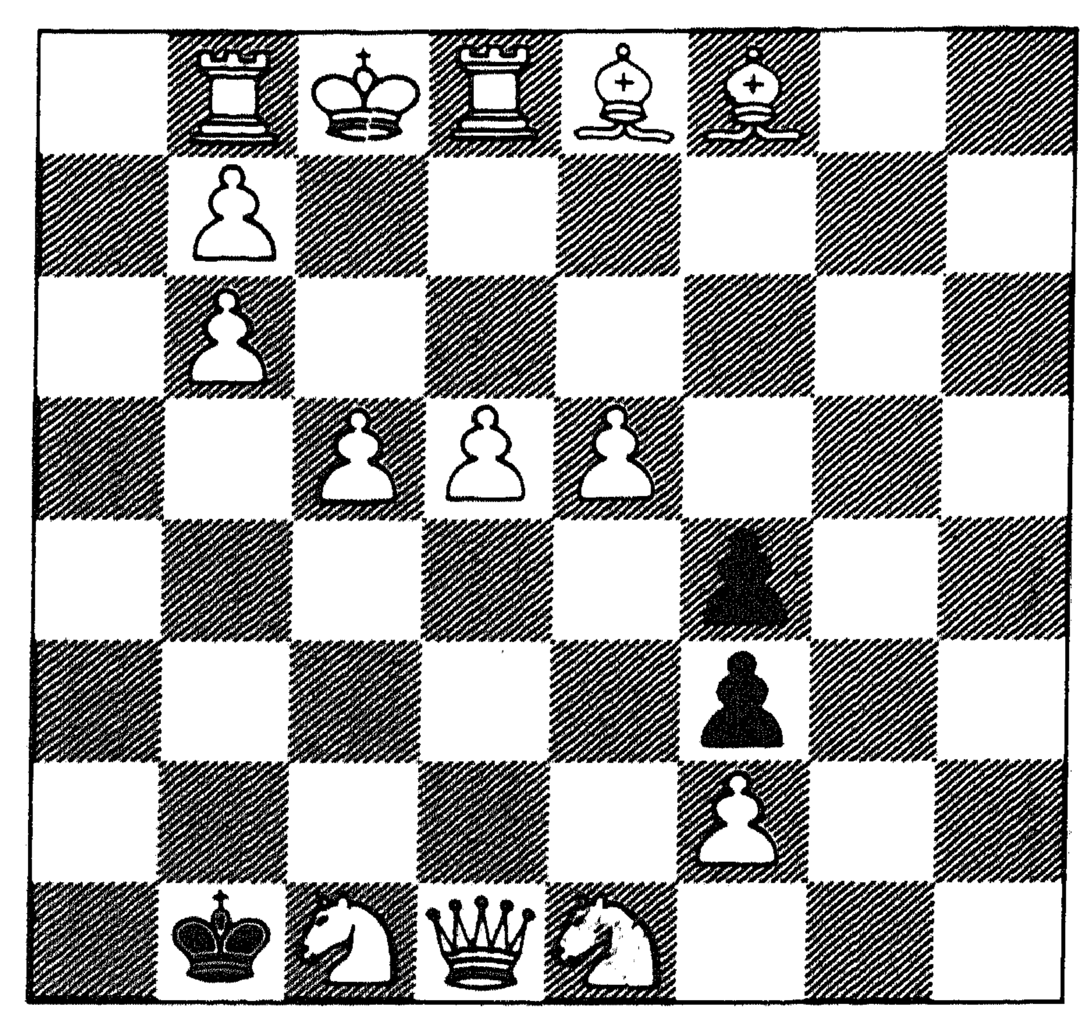
De lessen van het Braziliaanse congres indachtig neemt Miente Tineke mee naar congressen in Italië en Engeland.
Te zien is dan ook dat Miente er in ieder geval in slaagt zich hier staande te houden.
Op de achtergrond van de foto hierboven vermoed ik het oncomfortabele gebouw waar op harde stoeltjes in slecht geventileerde ruimten de inspannende congresarbeid plaatsvindt.

Het Jubileum Schaakprobleem in 2 Delen

Frans Snijders



Wit geeft mat in 2 zetten



Wit geeft mat in 5 paardzetten

Uiteenzetting van de Bakker finite versimpeltheorie

(n.a.v. het academisch proefschrift van Miente Bakker,
"Aspects of the finite element method",
Mathematisch Centrum, 1982).

S.E. Stitzinger

Vrijheid van interpretatie in de wiskunde is van groot belang voor het efficiënt en doeltreffend oplossen van berekeningen en formules. Een mogelijke oplossing biedt het versimpelen. De versimpeling luidt een nieuw tijdperk in in het vakgebied, maar blijkt voor specialisten nog een moeilijke materie.
Gaarne neem ik, naar aanleiding van Miente's 25-jarig jubileum, het op me deze ingewikkelde materie nader toe te lichten.
Laat ik beginnen met wat voorbeelden uit vakliteratuur, die een eerste aanzet geven tot de uiteindelijke versimpeltheorie:

(Uit: Through the looking glass, L. Caroll, ...; discussie tussen Alice en Humpty Dumpty over un-birthday presents en de relatie tot getallen):
"You don't know what you're talking about! cried Humpty Dumpty. "How many days are there in a year?
"Three hundred and sixty-five," said Alice.
"And how many birthdays have you?" "One."
"And if you take one from three hundred and sixty-five, what remains?"
"Three hundred and sixty-four, of course."
Humpty Dumpty looked doubtful.
"I'd rather see that done on paper," he said.
Alice couldn't help smiling as she took out her memorandum-book, and worked the sum for him:

(gezien de complexiteit van deze formule volgt hieronder, voor de gevorderden onder ons, een weergave):

365
  1

364

Humpty Dumpty took the book, and looked at it carefully. "That seems to be done right-" he began.
"You're holding it upside down!" Alice interrupted.
"To be sure I was!" Humpty Dumpty said gaily, as she turned it round for him.
"I thought it looked a little queer. As I was saying, this seems to be done right- though I haven't time to look it over thoroughly just now- and that shows that there are three hundred and sixty-four days when you might get un-birthday presents-"

Tot zover is het voor de 'betere' wiskundigen onder ons te volgen, maar problemen ontstaan al gauw bij de volgende annecdote:

"And only one for birthday presents, you know. There's glory for you!"
" I don't know what you mean by 'glory,'" Alice said.
Humpty Dumpty smiled contemptiously. "Of course you don't - till I tell you. I meant 'there's a nice knock-down argument for you!'"
"But 'glory' doesn't mean ' a nice knock-down argument,'" Alice objected.
"When I use a word," Humpty Dumpty said, in rather a scornful tone, "it means just what I choose it to mean - neither more nor less."
"The question is, "said Alice, "whether you can make words mean so many different things."
"The question is," said Humpty Dumpty, "which is to be master - that's all."

Met zijn laatste statement geeft HD aan dat vrijheid van interpretatie de problematiek van de 'un-birthday present' formule oplost.
Laten we aannemen dat vrije interpretatie van feitelijk taalgebruik in relatie staat tot de vrije interpretatie van het gebruik van feitelijke getallen en de onfeilbare conclusie zal duidelijk zijn: het oplossen van wiskundige probleemstellingen behoeft slechts een vrije interpretatie die gekoppeld dient te zijn aan versimpeling van de moeilijkheidsgraad.

Dit alles klinkt natuurlijk heel mooi in theorie, maar hoe werkt dat nu in de praktijk?
Welnu, als we de Bakker finite versimpeltheorie toepassen op een willekeurige representatieve formule **(bijv. onderstaande formule uit: 'Aspects of the finite element method')**

$$\|D^l e\|_{L^\infty(I_j)} \leq \begin{cases} Ch^{k+1-l}\|u\|_{k+1}, & l \leq k; \\ \|D^l u\|_{L^\infty(I_j)}, & l > k. \end{cases}$$

en we stellen vast dat:

(1) Transform: $\alpha.\beta: = \alpha + \beta$
(2) Transform: $\alpha: = 1$

dan blijkt dat Bakker's berekeningen niet alleen **aanzienlijk** kunnen worden verkort, maar daarbij ook **aanmerkelijk aan elegance winnen:**

$$\|1^1 1\|_{1^\infty(1_1)} \leq \begin{cases} 11^{1+1-1}\|1\|_{1+1} & 1 \leq 1 \\ \|1^1 1\| 1^{\infty(1_1)} & 1 > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\|1+1\|_\infty \leq 1+1+\|1\|_2 \qquad (\text{want } 1 \leq 1)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$1+1 \leq 1+1+1$$

$$\Leftrightarrow$$

$$2 \leq 3$$

$$\square$$

Indien u enige oefening betracht is de versimpeltheorie voor een ieder hanteerbaar want laten we wel zijn; **de** formule in de wiskunde bevat die berekening die men wil dat hij bevat en wordt bepaalt door de rekenaar en niet door de berekening.

Het ABC van de Hyperrecursies

Nico Temme
e-mail: nicot@cwi.nl

Dit artikel wordt opgedragen aan Miente Bakker, bij gelegenheid van zijn 25–jarig SMC–jubileum

1. Inleiding

Miente begon zijn MC-tijd op de toenmalige afdeling Toegepaste Wiskunde, waar ik hem leerde kennen als een prettige collega en een slimme wiskundige met veel vaardigheden op het gebied van de numerieke wiskunde. Bij de oprichting van de afdeling Numerieke Wiskunde verliet hij TW, maar de contacten, ook in gezinsverband, zijn gelukkig gebleven. Na zijn vertrek van NW naar de afdeling O&O heeft Miente op een bewonderenswaardige manier zijn proefschrift voltooid. Momenteel treffen we elkaar zakelijk gezien in een totaal andere setting, namelijk als beleidsmedewerkers op het Bureau SMC. Tot mijn genoegen beschikt Miente nog steeds over een aanstekelijke vorm van humor, waarbij hij graag de nieuwtjes doorspekt met zijn karakteristieke eigen commentaar, waardoor alles een bijzondere waarde krijgt.

Tijdens de NUMAL-periode (begin van de jaren '70) heb ik met plezier met Miente samengewerkt bij het maken van software voor speciale functies. Vooral programma's voor de berekening van Besselfuncties zijn hierbij ontstaan. Een van de basismethodes in deze algoritmen was recursie, waarbij de recurrente betrekking van de Besselfuncties werd gebruikt om stabiele berekeningen uit te voeren. Ter herinnering aan deze periode heb ik in deze bijdrage de recursiemethode in verband gebracht met de berekening van de Gauss hypergeometrische functies. In de huidige literatuur wordt daar voor zover ik weet geen aandacht aan besteed. Zoals wel zal blijken is de zaak bij deze functies ook veel ingewikkelder. Er zijn immers drie parameters die voor recursie in aanmerking komen, terwijl bij de Besselfuncties slechts één parameter voor recursie gebruikt kan worden. In feite zijn er $3^3 - 1 = 26$ recurrente betrekkingen. Op grond van symmetrie en dergelijke kunnen we van die 26 betrekkingen veel relaties vergeten. Tot mijn verbazing blijven er slechts vijf wezenlijk verschillende relaties over en dit vijftal zal ik dan ook in dit artikel aan de orde stellen. Tevens zal ik aangeven op grond waarvan de overige 21 buiten beschouwing kunnen worden gelaten.

2. HYPERGEOMETRISCHE FUNCTIES

De hypergeometrische functie van Gauss wordt gedefinieerd door de oneindige machtreeks

$$\begin{aligned} F(a,b;c;z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(c)_n \, n!} z^n \\ &= 1 + \frac{ab}{c} z + \frac{a(a+1)\, b(b+1)}{c(c+1)\, 2!} z^2 + \dots , \end{aligned} \qquad |z| < 1$$

waarin $(a)_n$ de verschoven faculteit is: $(a)_n = a(a+1)(a+2)\dots(a+n-1)$, met a een willekeurig complex getal. Als $a = 1$ ontstaat de bekende faculteit: $(1)_n = n!$. De Gaussfunctie is een generalizatie van de bekende meetkundige reeks: $1/(1-z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$. Andere voorbeelden zijn:

$$\begin{aligned} F(a,b;b;z) &= (1-z)^{-a}, \\ F(1,1;2;z) &= -\tfrac{1}{z} \ln(1-z), \\ F\left(\tfrac{1}{2},1;\tfrac{3}{2};z^2\right) &= \tfrac{1}{2z} \ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right), \\ F\left(\tfrac{1}{2},1;\tfrac{3}{2};-z^2\right) &= \tfrac{1}{z} \arctan z, \\ F\left(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2};\tfrac{3}{2};z^2\right) &= \tfrac{1}{z} \arcsin z, \\ F\left(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2};\tfrac{3}{2};-z^2\right) &= \tfrac{1}{z} \ln(z + \sqrt{1+z^2}\,). \end{aligned}$$

Naast deze eenvoudige voorbeelden zijn er relaties met Legendrefuncties en Jacobipolynomen. Een uitstekende introductie tot dit gebied van de speciale functies vindt men in [1].

3. RECURSIES

Onder een (drie-terms) recursierelatie verstaan we bijvoorbeeld de relatie

$$(c-a)F(a-1,b;c;z) + (2a-c-az+bz)F(a,b;c;z) + a(z-1)F(a+1,b;c;z) = 0, \tag{1}$$

waarin dus drie F-functies met opvolgende a-waarden met elkaar in verband staan. Ook voor de b en c parameter kunnen we iets dergelijks vinden. Dit geeft dan in totaal drie betrekkingen. Maar het is ook denkbaar om gelijktijdig recursie ten opzichte van, bijvoorbeeld, a en c te plegen en de b-plaats niet te veranderen. Er ontstaan zo veel meer mogelijkheden*) . Voor de overzichtelijkheid zullen we

*) Ik beschouw hier niet de zogenaamde 'buurrelaties' waarin F-functies voorkomen met slechts twee opvolgende waarden van de parameters a, b of c. Zie ook de opmerking aan het slot van §3.

alle mogelijkheden systematisch opschrijven. Bovenstaande recursie noteren we met $\{+,0,0\}$, waarmee we bedoelen dat we recursie plegen ten opzichte van a (en wel: naar rechts oplopend, aangeduid door de $+$), en dat we de b en c vast houden. Met $\{-,0,+\}$ duiden we de relatie aan

$$AF(a+1,b;c-1;z)+BF(a,b;c;z)+CF(a-1,b;c+1;z)=0 \tag{2}$$

voor zekere A,B,C; we laten dus nu a naar rechts aflopen (aangeduid door $-$), c naar rechts oplopen (aangeduid door $+$) en b blijft vast (aangeduid door 0).

Het is duidelijk dat we nu een lijst kunnen maken met $3^3=27$ gevallen. Zie Tabel 1. Hierin staan dan wel alle gevallen, maar er zijn gevallen die volkomen identiek aan elkaar zijn. Bijvoorbeeld, de recursie in (1) is aangeduid met $\{+,0,0\}$; we kunnen echter (1) ook in een andere volgorde schrijven:

$$a(z-1)F(a+1,b;c;z)+(2a-c-az+bz)F(a,b;c;z)+(c-a)F(a-1,b;c;z)=0, \tag{3}$$

hetgeen we aanduiden met $\{-,0,0\}$. Qua formule zijn (1) en (3) identiek, maar voor de notatie zijn ze verschillend; voorlopig maken we dit onderscheid om alle gevallen in kaart te brengen en we schrappen straks de 'dubbele'. Merk alvast op dat $\{-,0,+\}$, dit wil zeggen (2), identiek is met de relatie aangeduid met $\{+,0,-\}$

Behalve de bovengenoemde bron van 'dubbele' exemplaren ontstaan er ook identieke recursies vanwege het feit dat de functie $F(a,b;c;z)$ symmetrisch is ten opzichte van a en b. Er geldt namelijk (hetgeen onmiddellijk uit de definitie volgt)

$$F(a,b;c;z)=F(b,a;c;z). \tag{4}$$

Hieruit volgt onder meer dat $\{+,0,0\}$ en $\{0,+,0\}$ in wezen dezelfde recursies voorstellen. In de b-vorm ziet (1) er uit als volgt:

$$(c-b)F(a,b-1;c;z)+(2b-c-bz+az)F(a,b;c;z)+b(z-1)F(a,b+1;c;z)=0. \tag{5}$$

Qua formule verschillend van (1), maar vanwege de symmetrie-relatie in (4) zijn (1) en (5) volledig identiek.

Maar er zijn nog meer andere bronnen voor dubbele relaties, namelijk de formules

$$F(a,b;c;z)=(1-z)^{-a}F\Big(a,c-b;c;\frac{z}{z-1}\Big), \tag{6}$$

$$F(a,b;c;z)=(1-z)^{-b}F\Big(c-a,b;c;\frac{z}{z-1}\Big), \tag{7}$$

$$F(a,b;c;z)=(1-z)^{c-a-b}F(c-a,c-b;c;z). \tag{8}$$

k	a	b	c	aard	opmerkingen
1	+	+	+	basisvorm	
2	+	+	0	basisvorm	
3	+	+	−	basisvorm	
4	+	0	+	$\equiv 1$	volgt uit (6)
5	+	0	0	basisvorm	
6	+	0	−	basisvorm	
7	+	−	+	$\equiv 6$	(7) geeft 16
8	+	−	0	$\equiv 2$	volgt uit (6)
9	+	−	−	$\equiv 6$	volgt uit (6)
10	0	+	+	$\equiv 4$	volgt uit (4)
11	0	+	0	$\equiv 5$	volgt uit (4)
12	0	+	−	$\equiv 6$	volgt uit (4)
13	0	0	+	$\equiv 1$	volgt uit (8)
14	0	0	0		lege recursie
15	0	0	−	$\equiv 1$	wissel teken en zie 13
16	0	−	+	$\equiv 12$	wissel tekens
17	0	−	0	$\equiv 11$	wissel teken
18	0	−	−	$\equiv 10$	wissel tekens
19	−	+	+	$\equiv 9$	wissel tekens
20	−	+	0	$\equiv 8$	wissel tekens
21	−	+	−	$\equiv 7$	wissel tekens
22	−	0	+	$\equiv 6$	wissel tekens
23	−	0	0	$\equiv 5$	wissel teken
24	−	0	−	$\equiv 4$	wissel tekens
25	−	−	+	$\equiv 3$	wissel tekens
26	−	−	0	$\equiv 2$	wissel tekens
27	−	−	−	$\equiv 1$	wissel tekens

Tabel 1. Slechts vijf basisvormen voor de 27 recursierelaties resteren.

Deze relaties liggen minder voor de hand dan de relatie in (4). Zie echter de afleiding in [1].

Passen we nu bijvoorbeeld relatie (6) toe op alle hypergeometrische functie in (2), dan ontstaat de relatie

$$\begin{aligned}\widetilde{A}F(a+1,c-b-1;c-1;\zeta)+\widetilde{B}F(a,c-b;c;\zeta)\\+\widetilde{C}F(a-1,c-b+1;c+1;\zeta)=0,\end{aligned}\tag{9}$$

waarin $\zeta = z/(z-1)$ en $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}$ uit de oorspronkelijke A, B, C zijn af te leiden, en waarin nu ook op de $b-$plaats recursie ontstaat. De laatste recursie kunnen we aanduiden met $\{-,+,+\}$. Qua formule zijn (2) en (9) verschillend, maar via (6) zijn ze uit elkaar af te leiden. We vinden dan ook dat de twee recursies $\{-,+,+\}$ en $\{-,0,+\}$ identiek zijn.

Opmerking Behalve de drie-terms recursierelaties die we in dit artikel behandelen zijn er nog andere relaties tussen hypergeometrische functies. Er geldt bijvoorbeeld:

$$(b-a)F(a,b;c;z) + aF(a+1,b;c;z) - bF(a,b+1;c;z) = 0.$$

Inderdaad, deze zogenaamde buurrelatie is niet een zuivere drie-terms recurrente betrekking. Er zijn nog meer varianten van deze buur-relaties te geven. De 9 basisvormen staan op p. 70 van [1].

4. De 5 basisvormen nader beschouwd

We geven tenslotte de coëfficienten A_k, B_k, C_k in de recursie relaties van de vijf basisvormen uit Tabel 1. De coëfficienten kunnen bepaald worden door allerlei buur-relaties met elkaar te combineren. Een computeralgebra-pakket zoals Maple is hierbij een prettig hulpmiddel.

$$\boxed{k=1}$$

$$A_1F(a-1,b-1;c-1;z) + B_1F(a,b;c;z) + C_1F(a+1,b+1;c+1;z) = 0$$

met

$$\begin{aligned} A_1 &= (a-1)(b-1)(c-1)c, \\ B_1 &= -(a-1)(b-1)c[c-1-(a+b-1)z], \\ C_1 &= a(a-1)b(b-1)z(z-1). \end{aligned}$$

Opmerking: deze relatie is verwant aan de differentiaalvergelijking van de hypergeometrische functies.

$$\boxed{k=2}$$

$$A_2F(a-1,b-1;c;z) + B_2F(a,b;c;z) + C_2F(a+1,b+1;c;z) = 0$$

met

$$\begin{aligned} A_2 &= (c-a)(c-b)(c-a-b-1), \\ B_2 &= (c-a-b)\{c(a+b-c)+c-2ab \\ &\qquad + z[(a+b)(c-a-b)+2ab+1-c]\} \\ C_2 &= ab(c-a-b+1)(1-z)^2. \end{aligned}$$

Opmerking: deze relatie is verwant aan de recurrente betrekking van de Jacobipolynomen.

$$\boxed{k=3}$$

$$A_3F(a-1,b-1;c+1;z)+B_3F(a,b;c;z)+C_3F(a+1,b+1;c-1;z)=0$$

met

$$\begin{aligned}
A_3 &= -(a-c)(a-c-1)(b-1-c)(b-c)zU,\\
B_3 &= c(1-z)\{(b-c)(b-1)[a-1+z(b-c-1)]U\\
&\quad -bc[a+z(b-c+2)](c-b-1)V\}-c[2b-c+(a-b)z]UV,\\
C_3 &= abc(c-1)(1-z)^3V,\\
U &= z(a+b-c+1)(a+b-c+2)+ab(1-z),\\
V &= (1-z)(1-a-b+ab)+z(a+b-c-1)(a+b-c-2).
\end{aligned}$$

$$\boxed{k=5}$$

$$A_5F(a-1,b;c;z)+B_5F(a,b;c;z)+C_5F(a+1,b;c;z)=0$$

met

$$\begin{aligned}
A_5 &= (c-a),\\
B_5 &= 2a-c-(a-b)z\\
C_5 &= a(z-1).
\end{aligned}$$

Opmerking: dit is vergelijking (1).

$$\boxed{k=6}$$

$$A_6F(a-1,b;c+1;z)+B_6F(a,b;c;z)+C_6F(a+1,b;c-1;z)=0$$

met

$$\begin{aligned}
A_6 &= z(a-c)(a-c-1)(b-c)[a+z(b+1-c)],\\
B_6 &= c[a(a-1)(c-1)+a(a-1)(a+3b-4c+2)z\\
&\quad +(b-c)(b+1-c)(4a-c-1)z^2-(a-b)(b-c)(b+1-c)z^3]\\
C_6 &= -ac(c-1)[a-1+z(b-c)](1-z)^2.
\end{aligned}$$

Na deze inventarisatie blijven nog enkele vragen.

[1] Zijn deze recurrente betrekking numeriek stabiel voor de berekening van opeenvolgende functiewaarden? Is er voor stabiliteit een voorkeursrichting: oplopend of terugwaarts?

[2] Elke lineaire drie-terms recursierelatie kan geïnterpreteerd worden als een tweede orde differentievergelijking die twee lineair onafhankelijke oplossingen heeft. We hebben steeds één oplossing beschouwd, namelijk de F–functie die in de vijf bovenstaande gevallen optreedt. Hoe ziet de tweede oplossing er uit?

Deze zaken kunnen nog nader uitgezocht worden.

LITERATUUR

[1] N.M. TEMME (1990), *Speciale functies in de mathematische fysica*, Epsilon Uitgaven, **15**, Utrecht.

CWI Quintessence

Volume 7 (5) 1994, pp. 1 – 9

Image Morphing with Triangular B-Splines

Remco C. Veltkamp
CWI, Interactive Systems
P.O. Box 94079, 1090 GB Amsterdam, The Netherlands
e-mail: remco@cwi.nl

This manuscript presents image deformations based on bivariate spline functions on triangulated domains. This triangular B-spline scheme is recently derived from simplex splines and B-patches. The triangular B-splines are very suitable for constructing overall smooth functions on irregular domains, and are applied to image deformations.

1. Introduction

Image morphing is the process of transforming one image into another (the word morphing comes from metamorphosis). An image transformation $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ can be described as a bivariate function that maps image coordinates (u, v) to a new position $F(u, v)$. For example, the simple bilinear transformation $F(u, v) = (4u, v/4)$ results in a horizontal expansion and a vertical compression of the image, as illustrated in Figure 1.

It is essential that the transformation does not introduce gaps in the output image, i.e. F must be continuous. B-spline functions are often used as building blocks for composing smooth functions. In this manuscript we will use B-spline functions to construct image transformation functions.

Tensor product B-spline functions are widely used to model bivariate functions [1]. However, tensor product functions are rectangular by nature, which makes them hard to use on irregular domains. For flexible image transformations we need functions that can be defined piecewise over irregular domains. Splines over arbitrary triangulations of the parameter domain have been introduced in [5] and [2]. These multivariate splines have a geometric interpretation as the projection of simplices, and are therefore called simplex splines. A drawback of these splines is the difficulty of using control points and of forming linear combinations.

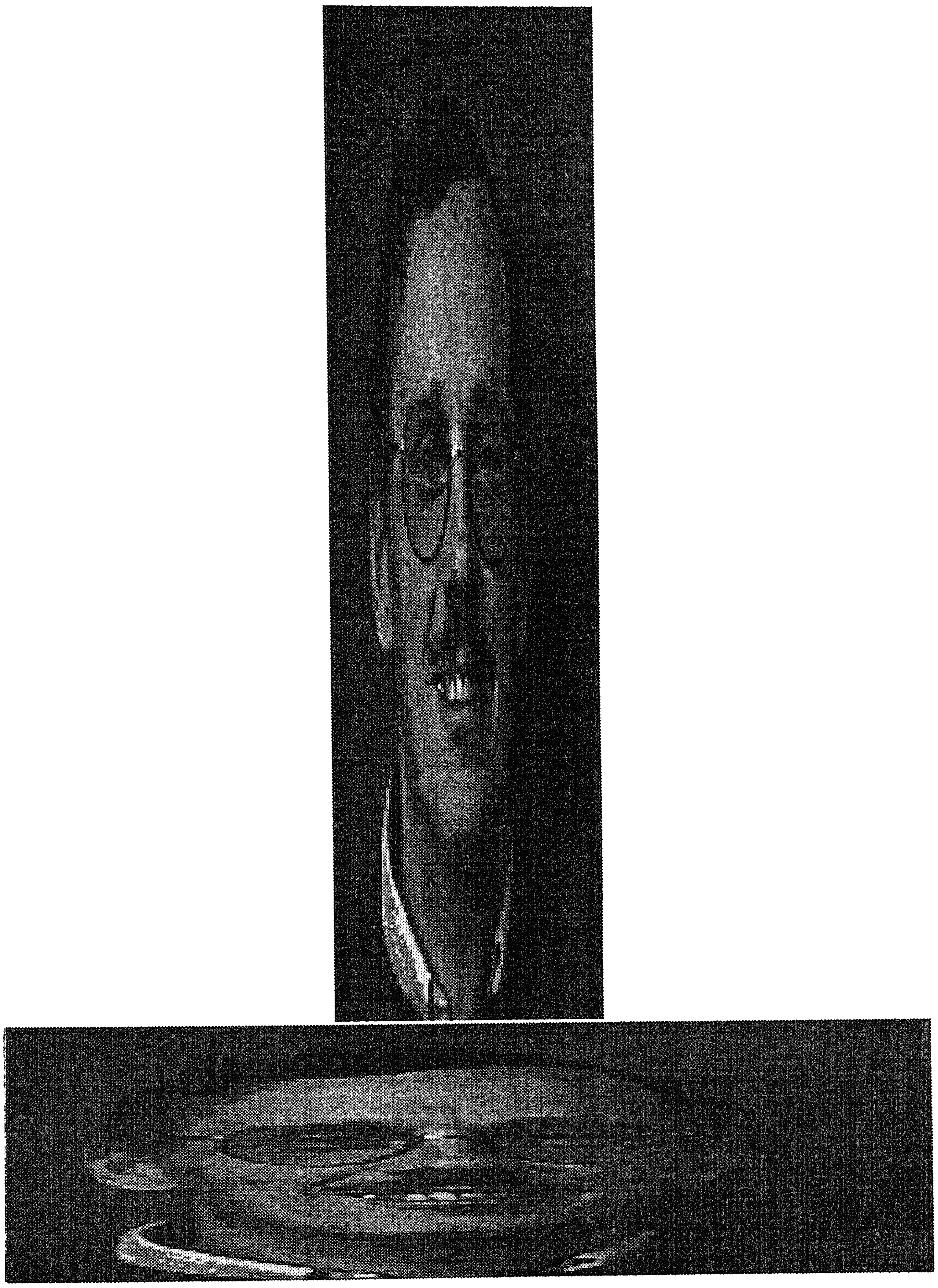


FIGURE 1. Bilinear Bakker-transformation.

A different multivariate spline function is the B-patch, introduced in [7]. The B-patch is defined by generalizing the de Boor algorithm from the univariate to the multivariate case. B-patches have control points, but the construction of smooth piecewise functions by stitching together B-patches is non-trivial.

The schemes for simplex splines and B-patches can be combined such that the simplex spline is a B-patch on a part of its support [3]. The resulting scheme inherits the advantages of both: linear combinations of the basis functions give smooth surfaces automatically, and control points are easy to use.

The next section is about the combined simplex/B-patch spline scheme introduced in [3] limited to the bivariate case, yielding a triangular B-spline. The subsequent section is about the application of these triangular B-splines to image morphing.

2. Triangular B-splines

This section is based on [4].

2.1. Notation

Let $W = \{w_0, w_1, w_2\} \subset \mathbb{R}^2$ be a triple of affinely independent points and let $u \in \mathbb{R}^2$. The determinant $d(W)$ is defined as

$$d(W) = det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ w_0 & w_1 & w_3 \end{pmatrix},$$

and the determinant $d_i(u|W)$ as $d(W)$ with the point w_i replaced by u. The barycentric coordinates of u with respect to the ordered set W are given as

$$\lambda_i(u) = \frac{d_i(u|W)}{d(W)}, \quad i = 0, 1, 2.$$

For a set $V = \{v_0, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{R}^2$, $[V]$ denotes the convex of V, and $[V)$ denotes the half open convex hull [4], the analogue of a half open interval.

2.2. Simplex splines

Let $V = \{t_0, \ldots, t_m\}$ be a finite set of points (knots) in $\mathbb{R}^2$ and let u be a point in $\mathbb{R}^2$. The characteristic function $\chi_{[t_0,t_1,t_2)}(u)$ on $[t_0, t_1, t_2)$ is defined as

$$\chi_{[t_0,t_1,t_2)}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u \in [t_0, t_1, t_2), \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

The simplex spline $M(u|V)$ is defined recursively in the following way. For $V = \{t_0, t_1, t_2\}$,

$$M(u|V) = \frac{\chi_{[t_0,t_1,t_2)}(u)}{|d(t_0, t_1, t_2)|}. \tag{1}$$

For $V = \{t_0, \ldots, t_m\}$, $m > 2$, let $W = \{t_{i_0}, t_{i_1}, t_{i_2}\}$ be any subset of affinely independent points in V. Then

$$M(u|V) = \sum_{j=0}^{2} \frac{d_j(u|W)}{d(W)} M(u|V\backslash\{t_{i_j}\}). \tag{2}$$

This definition is independent of the choice of W.

The simplex spline function $M(u|V)$ is a non-negative piecewise polynomial of degree $m-2$ with local support on $[V]$ and C^{m-3} continuity.

2.3. B-PATCHES

Let $t_{i,0}, \ldots, t_{i,k-1}$, $i = 0,1,2$ be three clouds of k knots in $\mathbb{R}^2$ such that every triple of knots $(t_{0,\beta_0}, t_{1,\beta_1}, t_{2,\beta_2})$ with $|\beta| = \beta_0 + \beta_2 + \beta_3 \leq k-1$ forms a proper triangle. Let u again be a point in $\mathbb{R}^2$. Let $\lambda_{\beta,i}$, $i = 0,1,2$, be the barycentric coordinates of u with respect to $W_\beta = \{t_{0,\beta_0}, t_{1,\beta_1}, t_{2,\beta_2}\}$. Let $e^0 = (1,0,0)$, $e^1 = (0,1,0)$, $e^2 = (0,0,1)$. The B-patch blending functions $B_\beta(u)$ are recursively defined as follows.

$$B_{0,0,0}(u) = 1, \tag{3}$$

$$B_\beta(u) = \sum_{i=0}^{2} \lambda_{\beta-e^i,i}(u) B_{\beta-e^i}(u). \tag{4}$$

Terms with negative indices are set to zero.

The B-patch blending functions form a partition of unity:

$$\sum_{|\beta|=k} B_\beta(u) = 1.$$

Every bivariate polynomial function $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ can be represented as a linear combination of the B-patch blending functions:

$$F(u) = \sum_{|\beta|=k} c_\beta B_\beta(u),$$

where the coefficients $c_\beta \in \mathbb{R}^2$ are given by the polar form, or blossom, f of F [6] in the following way:

$$c_\beta = f(t_{0,0}, \ldots, t_{0,\beta_0}, t_{1,0}, \ldots, t_{1,\beta_1}, t_{2,0}, \ldots, t_{2,\beta_2}).$$

Several B-patches can be joined to form piecewise surfaces, but it is difficult to construct overall smooth surfaces. To construct piecewise surfaces that are overall smooth automatically, we need smooth basis functions that have local support, like simplex splines.

2.4. B-SPLINES

The combined simplex spline/B-patch scheme is based on the observation that the recurrence relations (1)(2) and (3)(4) agree under proper renormalization and knot selection.

Let $t_0, \ldots, t_n$ be sites in the parameter domain $D \subset \mathbb{R}^2$. Let T be a triangulation on $t_0, \ldots, t_n$ of the parameter domain: $T = \{[t_{i_0}, t_{i_1}, t_{i_2}] = \triangle(I) | I =$

$(i_0, i_1, i_2) \in \mathcal{I} \subseteq \mathbb{N}^3\}$. Next we associate a cloud of $k+1$ knots $t_{i,0}, \ldots t_{i,k}$ to each site, with $t_{i,0} = t_i$, and such that any three knots are affinely independent. We now construct degree k simplex splines $M(u|V_\beta^I)$ over the triangulation, with $I \in \mathcal{I}$, $|\beta| = k$, and $V_\beta^I = (t_{0,0}, \ldots, t_{0,\beta_0}, t_{1,0}, \ldots, t_{1,\beta_1}, t_{2,0}, \ldots, t_{2,\beta_2})$.

Let for each triangle $\triangle(I)$, $I = (i_0, i_1, i_2)$ the knot triples W_β^I be defined as $\{t_{i_0,\beta_0}, t_{i_1,\beta_1}, t_{2,\beta_2}\}$, and consider the regions

$$\Omega_k^I = \bigcap_{|\beta| \leq k} [W_\beta^I].$$

If the interior of Ω_k^I is not empty, then

$$B_\beta^I(u) = |d(W_\beta^I)| M(u|V_\beta^I), \quad \text{for all } u \in \Omega_k^I, \tag{5}$$

with $|\beta| = k$. From (5) we define the triangular B-spline as

$$N_\beta^I(u) = |d(W_\beta^I)| M(u|V_\beta^I) \tag{6}$$

(also outside the region Ω_k^I).

Any piecewise bivariate function F of degree k over a triangulation T with given knots $t_{i,j}$, $i = 0, \ldots, n$, $j = 0, \ldots, k$ can be written as

$$F(u) = \sum_{I \in \mathcal{I}} \sum_{|\beta| = k} c_{I,\beta}\, N_\beta^I(u). \tag{7}$$

where the coefficients $c_{I,\beta}$ are $\in \mathbb{R}^2$. Alternatively, any choice of coefficients defines a function F; they are therefore called control points.

Since both the simplex spline and the B-patch scheme are part of the construction of the triangular B-splines (6), both their properties are inherited. In particular, linear combinations of the triangular B-splines give piecewise functions of degree k over arbitrary triangulations with overall C^{k-1}-continuity.

3. Image morphing

In order to morph an image we have to specify how we want to deform the image, i.e. the transformation function F must be specified. The first step is to specify the domain of the function (the region of the image to be transformed) and to provide a triangulation of this domain, see figure 2. Next, a cloud of $k+1$ knots must be assigned to each vertex (site) of the triangulation, for a chosen value of the degree k. For example, a quadratic transformation function needs three knots per vertex. Now we can manipulate the control points in equation 7 so as to achieve the desired deformation. Dragging the control points around will morph the original image. Figures 3 and 4 give two example results.

FIGURE 2. Irregular morphing domain specification.

FIGURE 3. Result of morphing Figure 2.

FIGURE 4. Mmjamh! Piepers!

REFERENCES

1. Wolfgang Böhm, Gerald Farin, and Jürgen Kahmann. A survey of curve and surface methods in CAGD. *Computer Aided Geometruic Design*, 1(1):1 – 60, 1984.
2. W. Dahmen and C. A. Michelli. On the linear independence of multivariate b-splines i: Triangulations of simploids. *SIAM Joural of Numerical Analysis*, 19:993 – 1012, 1982.
3. W. Dahmen, C. A. Michelli, and H.-P. Seidel. Blossoming begets B-spline beses built better by B-patches. *Mathematics of Computation*, 59(199):97 – 115, July 1991.
4. Philip Fong and Hans-Peter Seidel. An implementation of multivariate b-spline surfaces over arbitrary triangulations. In *Graphics Interface '92*, pages 1 – 10. Morgan Kaufman, 1992.
5. K. Höllig. Multivariate splines. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 19:1013 – 1031, 1982.
6. Lyle Ramshaw. Blossoms are polar forms. *Computer Aided Geometric Design*, 6:323 – 358, 1989.
7. H.-P. Seidel. Symmetric recursive algorithms for surfaces: B-patches and the de Boor algorithm for polynomials over triangles. *Constructive Approximation*, 7:257 – 279, 1991.